1 ★

(1)　平行線の同位角は等しいから

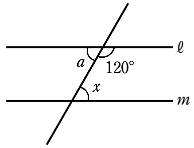
$\angle x = 75^\circ$

(2)　右の図で

$\angle a = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

平行線の錯角は等しいから

$\angle x = \angle a = 60^\circ$

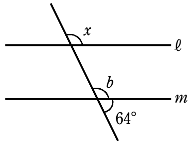


(3)　右の図で

$\angle b = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$

平行線の同位角は等しいから

$\angle x = \angle b = 116^\circ$



2 ★

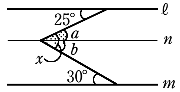
$\angle x$ の頂点を通り ℓ に平行な直線 n を引く。

右の図で，錯角は等しいから

$\angle a = 25^\circ$，$\angle b = 30^\circ$

よって　　$\angle x = 25^\circ + 30^\circ$

$= 55^\circ$　　答



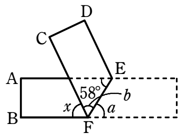
3 ★★

右の図で，AE∥BF より，錯角は等しいから

$\angle a = 58^\circ$

折り返した角であるから　$\angle b = \angle a = 58^\circ$

よって　　$\angle x = 180^\circ - 58^\circ \times 2 = 64^\circ$



4 ★

(1)　五角形の内角の和は　　$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$

七角形の内角の和は　　$180^\circ \times (7-2) = 900^\circ$

(2)　八角形の内角の和は　　$180^\circ \times (8-2) = 1080^\circ$

正八角形の内角の大きさはすべて等しいから，1 つの内角の大きさは

$1080^\circ \div 8 = 135^\circ$

(3)　n 角形の内角の和が 1440° になるとすると

$180^\circ \times (n-2) = 1440^\circ$

$n - 2 = 8$

$n = 10$

よって　十角形

5 ★

(1)　117° の角の外角の大きさは　　$180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$

よって，$\angle x$ の外角の大きさは

$360^\circ - (48^\circ + 63^\circ + 62^\circ + 47^\circ + 87^\circ) = 53^\circ$

したがって　　$\angle x = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$

(2)　多角形の外角の和は 360° で，正十五角形の外角の大きさはすべて等しいから，1 つの外角の大きさは

$360^\circ \div 15 = 24^\circ$

(3)　正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく，その和は 360° であるから

$n = 360^\circ \div 18^\circ = 20$　　　よって　　正二十角形

6 ★★

(1)　△ABC において

$\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle BAC$

$= 110^\circ$

$\angle DBC = \dfrac{1}{2}\angle ABC$，$\angle DCB = \dfrac{1}{2}\angle ACB$ であるから

$\angle DBC + \angle DCB = \dfrac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$

$= 55^\circ$

よって，△DBC において

$\angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB)$

$= 125^\circ$　　答

(2)　右の図において

$\angle ACE = \angle ABC + 80^\circ$

よって　　$\dfrac{1}{2}\angle ACE = \dfrac{1}{2}\angle ABC + 40^\circ$

すなわち　$\angle DCE = \angle DBC + 40^\circ$

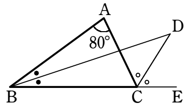
△DBC において

$\angle BDC = \angle DCE - \angle DBC$

したがって

$\angle BDC = (\angle DBC + 40^\circ) - \angle DBC$

$= 40^\circ$



7 ★★★

(1)　右の図のように各頂点を定め，B と E を結ぶ。

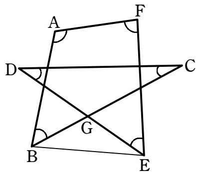
このとき，△DGC と △BEG において

$\angle CDG + \angle DCG = \angle DGB$

$= \angle GBE + \angle GEB$

よって，印をつけた角の和は，四角形 ABEF の内角の和に等しいから，その大きさは

360°



(2)　右の図のように各頂点を定め，C と E，B と F を結ぶ。

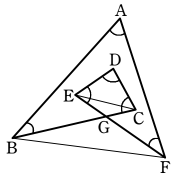
このとき，△CEG と △BFG において

$\angle CEG + \angle ECG = \angle EGB$

$= \angle GBF + \angle GFB$

よって，印をつけた角の和は，△ABF と △DEC の内角の和を合わせたものに等しいから，その大きさは

$180^\circ \times 2 = 360^\circ$



(3)　右の図のように角を定める。

内角と外角の関係から $\angle a$ と $\angle f$ の和は $\angle g$ の外角と等しい。

同様に考えると

$\angle b$ と $\angle g$ の和は $\angle h$ の外角，

$\angle c$ と $\angle h$ の和は $\angle i$ の外角，

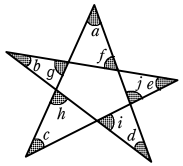
$\angle d$ と $\angle i$ の和は $\angle j$ の外角，

$\angle e$ と $\angle j$ の和は $\angle f$ の外角

にそれぞれ等しい。

よって，求める角の和は，星型の内部の五角形の内角の和に等しいから

$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$



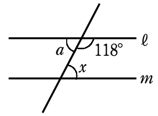
1

(1)　平行線の同位角は等しいから　　　$\angle x = 65^\circ$

(2)　右の図において　　$\angle a = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$

平行線の錯角は等しいから

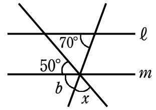
$\angle x = \angle a = 62^\circ$



(3)　右の図において，平行線の同位角は等しいから

$\angle b = 70^\circ$

よって　　$\angle x = 180^\circ - (50^\circ + 70^\circ) = 60^\circ$



2

(1) $\angle x$ の頂点を通り，直線 ℓ と m に平行な直線 n を引く。

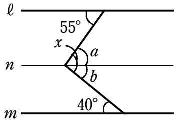
右の図で，$\ell /\!/ n$ より

$\angle a=55°$

$m /\!/ n$ より　$\angle b=40°$

よって　$\angle x=\angle a+\angle b$

$=55°+40°=95°$



(2) $\angle x$ の頂点を通り，直線 ℓ と m に平行な直線 n を引く。

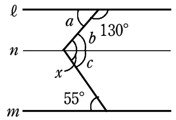
右の図で　$\angle a=180°-130°=50°$

$\ell /\!/ n$ より　$\angle b=50°$

$m /\!/ n$ より　$\angle c=55°$

よって　$\angle x=\angle b+\angle c$

$=50°+55°=105°$



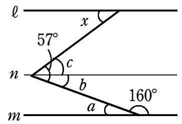
(3) 右の図のように，直線 ℓ と m に平行な直線 n を引く。

右の図で　$\angle a=180°-160°=20°$

$m /\!/ n$ より　$\angle b=20°$

よって　$\angle c=57°-20°=37°$

$\ell /\!/ n$ より　$\angle x=\angle c=37°$



(4) 右の図のように，直線 ℓ と m に平行な直線 n，n' を引く。

右の図で　$\angle a=180°-116°=64°$

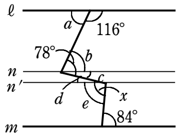
$\ell /\!/ n$ より　$\angle b=64°$

よって　$\angle c=78°-64°=14°$

$n /\!/ n'$ より　$\angle d=14°$

$m /\!/ n'$ より　$\angle e=84°$

よって　$\angle x=\angle d+\angle e=14°+84°=98°$



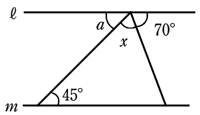
(5) 右の図で，$\ell /\!/ m$ より

$\angle a=45°$

よって　$\angle x=180°-(45°+70°)$

$=180°-115°$

$=65°$



(6) 右の図のように，直線 ℓ と m に平行な直線 n を引く。

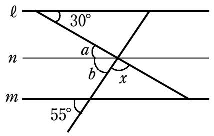
右の図で，$\ell /\!/ n$ より

$\angle a=30°$

$m /\!/ n$ より　$\angle b=55°$

よって　$\angle x=180°-(30°+55°)$

$=180°-85°=95°$



3

右の図で，EA$/\!/$FB である。

折り返した角であるから　$\angle \mathrm{AEF}=\angle \mathrm{A'EF}=64°$

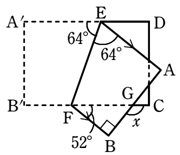
よって　$\angle \mathrm{AED}=180°-64°\times 2=52°$

平行線の同位角は等しいから

$\angle \mathrm{BFC}=\angle \mathrm{AED}=52°$

$\triangle$ BFG において　$\angle \mathrm{BGF}=180°-(90°+52°)=38°$

ゆえに　$\angle x=180°-38°=142°$



4

(1) ①　六角形の内角の和は　$180°\times(6-2)=720°$

②　九角形の内角の和は　$180°\times(9-2)=1260°$

③　十二角形の内角の和は　$180°\times(12-2)=1800°$

④　十五角形の内角の和は　$180°\times(15-2)=2340°$

(2) ①　六角形の内角の和は　$180°\times(6-2)=720°$

正六角形の内角の大きさはすべて等しいから，1 つの内角の大きさは

$720°\div 6=120°$

②　九角形の内角の和は　$180°\times(9-2)=1260°$

正九角形の内角の大きさはすべて等しいから，1 つの内角の大きさは

$1260°\div 9=140°$

③　十角形の内角の和は　$180°\times(10-2)=1440°$

正十角形の内角の大きさはすべて等しいから，1 つの内角の大きさは

$1440°\div 10=144°$

④　十六角形の内角の和は　$180°\times(16-2)=2520°$

正十六角形の内角の大きさはすべて等しいから，1 つの内角の大きさは

$2520°\div 16=157.5°$

注意　この問題は外角の大きさを利用して解くこともできる。

たとえば，① は次のようになる。

多角形の外角の和は 360° で，正六角形の外角の大きさはすべて等しいから，

1 つの外角の大きさは

$360°\div 6=60°$

よって，1 つの内角の大きさは

$180°-60°=120°$

(3) ①　n 角形の内角の和が 900° になるとすると

$180°\times(n-2)=900°$

$n-2=5$

$n=7$

よって　七角形

②　n 角形の内角の和が 1620° になるとすると

$180°\times(n-2)=1620°$

$n-2=9$

$n=11$

よって　十一角形

③　n 角形の内角の和が 2160° になるとすると

$180°\times(n-2)=2160°$

$n-2=12$

$n=14$

よって　十四角形

④　n 角形の内角の和が 2700° になるとすると

$180°\times(n-2)=2700°$

$n-2=15$

$n=17$

よって　十七角形

5

(1) ①　多角形の外角の和は 360° であるから

$\angle x=360°-(40°+103°+78°+66°)=73°$

②　95° の角の外角の大きさは

$180°-95°=85°$

83° の角の外角の大きさは

$180°-83°=97°$

多角形の外角の和は 360° であるから

$\angle x=360°-(85°+74°+57°+97°)=47°$

③　117° の角の外角の大きさは

$180°-117°=63°$

よって，$\angle x$ の外角の大きさは

$360°-(48°+63°+62°+47°+87°)=53°$

したがって

$\angle x=180°-53°=127°$

(2) ①　多角形の外角の和は 360° で，正九角形の外角の大きさはすべて等しいから，

1 つの外角の大きさは

$360°\div 9=40°$

②　多角形の外角の和は 360° で，正十角形の外角の大きさはすべて等しいから，

1 つの外角の大きさは

$360°\div 10=36°$

③　多角形の外角の和は 360° で，正十二角形の外角の大きさはすべて等しいから，

1 つの外角の大きさは

$360°\div 12=30°$

(3) ①　正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく，その和は 360° であるから

$n=360°\div 72°=5$　　よって　　正五角形

②　正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく，その和は 360° であるから

$n=360°\div 45°=8$　　よって　　正八角形

6

(1) 右の図で，$\triangle$BCD の内角の和は 180° であるから

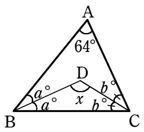
$\angle x=180°-(a°+b°)$　……①

また，$\triangle$ABC の内角の和は 180° であるから

$64°+2(a°+b°)=180°$

よって　$a°+b°=58°$　……②

① と ② から　$\angle x=180°-58°=122°$



(2) 右の図で，$\triangle$BDC の内角の和は 180° であるから

$a°+b°+53°=180°$

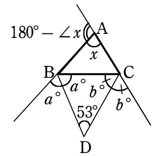
よって　$a°+b°=127°$　……①

また，$\triangle$ABC の外角の和は 360° であるから

$(180°-\angle x)+2(a°+b°)=360°$

よって　$\angle x=2(a°+b°)-180°$　……②

① と ② から　$\angle x=2\times 127°-180°=74°$



(3) 右の図で，$\triangle$BCD の内角と外角の性質から

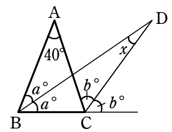
$\angle x=b°-a°$　……①

また，$\triangle$ABC の内角と外角の性質から

$2b°-2a°=40°$

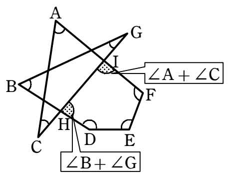
よって　$b°-a°=20°$　……②

① と ② から　$\angle x=20°$



7

(1)　右の図のように各頂点を定める。



△ACI の内角と外角の性質から

∠HIF＝∠A＋∠C

△BHG の内角と外角の性質から

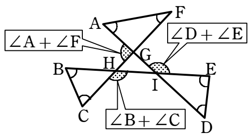
∠IHD＝∠B＋∠G

よって，求める和は五角形

HDEFI の内角の和に等しいから

180°×(5－2)＝540°

(2)　右の図のように各頂点を定める。



△AGF の内角と外角の性質から

∠AGH＝∠A＋∠F

△BCH の内角と外角の性質から

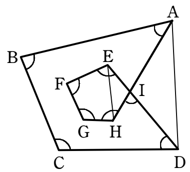
∠CHI＝∠B＋∠C

△DEI の内角と外角の性質から

∠EIG＝∠D＋∠E

よって，求める和は △GHI の外角の和であるから　360°

(3)　右の図のように各頂点を定め，A と D，E と H をそれぞれ結ぶ。



このとき，△EHI と △AID において，内角と外角の性質から

∠IEH＋∠IHE＝∠DIH

＝∠IAD＋∠IDA

よって，求める和は四角形 ABCD と四角形 EFGH の内角の和を合わせたものに等しいから

360°×2＝720°

1

(1)　△BFE において，BF＝FE であるから

∠EBF＝∠BEF

よって　∠EBF＝(180°－40°)÷2

＝70°

平行四辺形の対角は等しいから

∠ADC＝∠ABC＝70°

(2)　AE∥DC より，錯角は等しいから

∠CDE＝∠BED＝30°

DE は ∠ADC の二等分線であるから

∠ADC＝30°×2＝60°

平行四辺形の対角は等しいから

∠ABC＝∠ADC＝60°

2

(1)　△DCE において，内角と外角の関係から

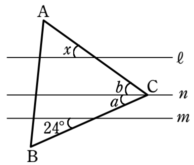
∠DCE＝71°－38°＝33°

△ABC は正三角形であるから

∠ACB＝60°

したがって　$\angle x$＝60°－33°＝27°

(2)　C を通り ℓ に平行な直線 n を引く。



右の図において，同位角は等しいから

$\angle a$＝24°

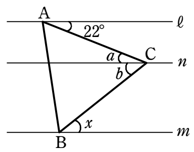
△ABC は正三角形であるから

$\angle b$＝60°－24°

＝36°

よって　　$\angle x$＝$\angle b$＝36°

(3)　C を通り ℓ に平行な直線 n を引く。



右の図において，錯角は等しいから

$\angle a$＝22°

△ABC は正三角形であるから

$\angle b$＝60°－22°

＝38°

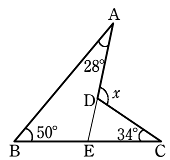
よって　　$\angle x$＝$\angle b$＝38°

3

(ア)　外角　　(イ)　内角　　(ウ)　∠CDE　　(エ)　∠B

4

(1)　四角形 ABCD において，辺 AD の延長と辺 BC との交点を E とする。



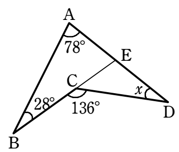
このとき，△ABE において，内角と外角の関係から

∠AEC＝28°＋50°＝78°

よって，△DEC において，内角と外角の関係から

$\angle x$＝78°＋34°＝112°

(2)　四角形 ABCD において，辺 BC の延長と辺 AD との交点を E とする。



このとき，△ABE において，内角と外角の関係から

∠BED＝78°＋28°＝106°

よって，△CDE において，内角と外角の関係から

$\angle x$＝136°－106°＝30°

5

(1)　△DEC において，内角と外角の関係から

∠AED＝65°＋45°＝110°

よって，△ABE において，内角と外角の関係から

$\angle x$＝110°－27°＝83°

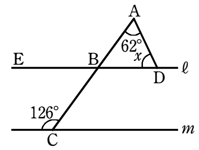
(2)　△ABE において，内角と外角の関係から

∠AEC＝33°＋44°＝77°

よって，△CDE において，内角と外角の関係から

$\angle x$＝77°－36°＝41°

(3)　右の図において，平行線の同位角は等しいから



∠ABE＝126°

よって，△ABD において，内角と外角の関係から

$\angle x$＝126°－62°＝64°

(4)　平行線の錯角は等しいから

∠BAC＝46°

よって，△ABC において，内角と外角の関係から

$\angle x$＝72°－46°＝26°

(5)　△CDF において，内角と外角の関係から

$\angle x$＝113°－29°＝84°

また，△ABD において，内角と外角の関係から

$\angle y$＝84°－59°＝25°

(6)　△ABE において，内角と外角の関係から

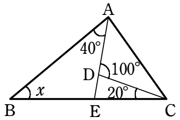
∠AEC＝39°＋50°＝89°

よって，△FEC において，内角と外角の関係から

$\angle x$＝89°＋37°＝126°

$\boxed{6}$

(1)　線分ADの延長と辺BCとの交点をEとする。



△ABEにおいて，内角と外角の性質から

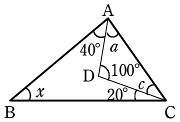
$\angle AEC = \angle x + 40°$

△DECにおいて，内角と外角の性質から

$(\angle x + 40°) + 20° = 100°$

よって　$\angle x = 40°$

別解1　$\angle DAC = \angle a$，$\angle DCA = \angle c$ とおく。



△DCAの内角の和は180°であるから

$100° + \angle a + \angle c = 180°$

よって　$\angle a + \angle c = 80°$

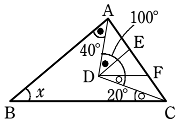
△ABCの内角の和は180°であるから

$(40° + \angle a) + \angle x + (20° + \angle c) = 180°$

よって　$\angle x = 120° - (\angle a + \angle c)$

$= 120° - 80° = 40°$

別解2　点Dを通り，辺AB，BCに平行な直線DE，DFを引いて考えると



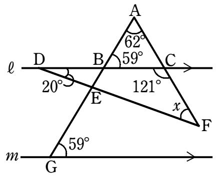
$\angle ADE = 40°$，$\angle CDF = 20°$，

$\angle EDF = \angle x$

よって　$\angle x + 40° + 20° = 100°$

したがって　$\angle x = 40°$

(2)　平行線の同位角は等しいから



$\angle ABC = 59°$

よって，△ABCにおいて，内角と外角の性質から

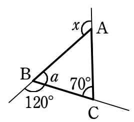
$\angle DCF = 62° + 59° = 121°$

△CDFの内角の和は180°であるから

$121° + 20° + \angle x = 180°$

したがって　$\angle x = 39°$

(3)　右の図で

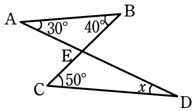


$\angle a = 180° - 120° = 60°$

よって，三角形の内角と外角の性質から

$\angle x = 60° + 70° = 130°$

(4)　△ABEにおいて，内角と外角の性質から



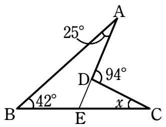
$\angle AEC = 30° + 40° = 70°$

△CDEにおいて，内角と外角の性質から

$\angle x + 50° = 70°$

よって　$\angle x = 20°$

(5)　線分ADの延長と辺BCとの交点をEとする。



△ABEにおいて，内角と外角の性質から

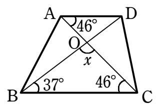
$\angle AEC = 25° + 42° = 67°$

△DECにおいて，内角と外角の性質から

$\angle x + 67° = 94°$

よって　$\angle x = 27°$

(6)　AD∥BCであるから



$\angle OCB = 46°$

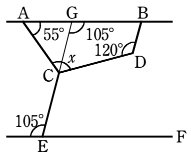
△OBCにおいて，内角の和は180°であるから

$\angle x + 37° + 46° = 180°$

よって　$\angle x = 97°$

$\boxed{7}$

右の図のように，直線ECとABの交点をGとする。



AB∥EFであるから

$\angle CGB = 105°$

△ACGの内角と外角の関係から

$\angle ACG = 105° - 55° = 50°$

また，GC∥BDであるから

$\angle GCD = 180° - 120° = 60°$

したがって

$\angle x = 50° + 60° = 110°$

$\boxed{8}$

(1)　多角形の外角の和は360°であるから，この多角形の内角の和は

$360° \times 5 = 1800°$

n 角形の内角の和が1800°になるとすると

$180° \times (n-2) = 1800°$

$n - 2 = 10$

$n = 12$

よって　十二角形

(2)　正 n 角形の内角の和が3240°になるとすると

$180° \times (n-2) = 3240°$

$n - 2 = 18$

$n = 20$

よって，正二十角形の1つの内角の大きさは

$3240° \div 20 = 162°$

別解　内角の和と外角の和の合計は

$3240° + 360° = 3600°$

1つの角について，内角と外角の和は180°であるから

$3600° \div 180° = 20$

より，この正多角形は，正二十角形である。

よって，1つの内角の大きさは

$3240° \div 20 = 162°$

(3)　正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく，その和は360°であるから

$n = 360° \div 20° = 18$

よって，正十八角形の内角の和は

$180° \times (18-2) = 2880°$

(4)　1つの内角の大きさが150°であるような正多角形の1つの外角の大きさは

$180° - 150° = 30°$

正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく，その和は360°であるから

$n = 360° \div 30° = 12$

よって，この正多角形は　正十二角形

別解　1つの内角の大きさが150°である正 n 角形の内角の和は

$150° \times n$，$180° \times (n-2)$

と2通りに表される。

よって　$150 \times n = 180 \times (n-2)$

$150n = 180n - 360$

$-30n = -360$

$n = 12$

したがって，この正多角形は　正十二角形

(5)　1つの外角の大きさを $x°$ とすると，1つの内角の大きさは $x° + 140°$ である。

ゆえに　$x° + (x° + 140°) = 180°$

すなわち　$2x° = 40°$

よって　$x° = 20°$

外角の和は360°であるから　$n = 360 \div 20 = 18$　　答　正十八角形

別解　正 n 角形の外角の和は360°である。

内角1つの大きさがその外角より140°大きいから

$180° \times (n-2) = 360° + 140° \times n$

よって　$9(n-2) = 18 + 7n$

すなわち　$2n = 36$

したがって　$n = 18$　　答　正十八角形

(6)　1つの外角の大きさを $x°$ とすると，1つの内角の大きさは $180° - x°$ である。

問題文より，1つの内角の大きさは $7.5 \times x°$ でもあるから

$180° - x° = 7.5 \times x°$

両辺を2倍して　$360° - 2x° = 15x°$

よって　$x = \frac{360}{17}$

外角の和は360°であるから　$360 \div \frac{360}{17} = 17$　　答　正十七角形

$\boxed{9}$

(1)　△ABCにおいて

$\angle ABC + \angle ACB = 180° - \angle BAC$

$= 120°$

$\angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle DCB = \frac{1}{2}\angle ACB$ であるから

$\angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$

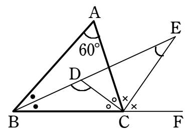
$= 60°$

よって，△DBCにおいて

$\angle BDC = 180° - (\angle DBC + \angle DCB)$

$= 120°$

(2)　右の図において



$\angle ACB + \angle ACF = 180°$

$\angle ACD = \frac{1}{2}\angle ACB$，$\angle ACE = \frac{1}{2}\angle ACF$ であるから

$\angle ACD + \angle ACE$

$= \frac{1}{2}(\angle ACB + \angle ACF) = 90°$

すなわち　$\angle DCE = 90°$

△DCEにおいて，内角と外角の関係から

$\angle DEC + \angle DCE = \angle BDC$

よって　$\angle DEC + 90° = 120°$

したがって　$\angle DEC = 30°$

$\boxed{10}$

五角形の内角の和は

$180° \times (5-2) = 540°$

であるから

$\angle x = 540° - (117° + 114° + \angle BCD + \angle AED)$

$= 309° - (\angle BCD + \angle AED)$

ここで，四角形CDEFにおいて

$\angle FCD + \angle FED = 360° - (140° + 114°) = 106°$

$\angle BCD = 2\angle FCD$，　$\angle AED = 2\angle FED$

であるから

$\angle BCD + \angle AED = 2(\angle FCD + \angle FED)$

$= 212°$

よって　$\angle x = 309° - 212° = 97°$

11

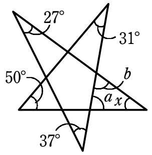
(1)　右の図で，三角形の内角と外角の関係から

$\angle a=31°+50°=81°$

$\angle b=27°+37°=64°$

よって　$\angle x=180°-(81°+64°)$

$=35°$



(2)　右の図で，三角形の内角と外角の関係から

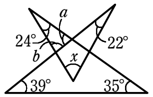
$\angle a=39°+35°=74°$

よって　$\angle b=180°-(24°+74°)$

$=82°$

したがって，三角形の内角と外角の関係から

$\angle x=82°-22°=60°$



(3)　三角形の内角の和は 180° であるから

$\angle x=180°-(38°+31°)$

$=111°$

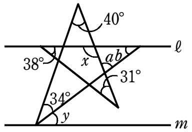
右の図で，三角形の内角と外角の関係から

$\angle a=40°+34°=74°$

よって　$\angle b=111°-74°=37°$

平行線の錯角は等しいから

$\angle y=\angle b=37°$



12

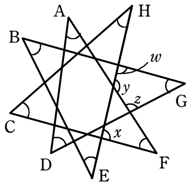
右の図のように各頂点を定める。三角形の内角と外角の関係から　$\angle x=\angle C+\angle H$，$\angle y=\angle x+\angle F$

また　$\angle z=\angle A+\angle D$，$\angle w=\angle B+\angle E$

四角形の内角の和は 360° であるから

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H$

$=\angle y+\angle z+\angle w+\angle G=360°$



13

右の図のように点を定め，A と G を結ぶ。

四角形 ACEG の内角の和は 360°　……①

△AGJ において，内角と外角の性質から

$\angle JAG+\angle JGA=\angle HJG$　……②

△HJK において，内角と外角の性質から

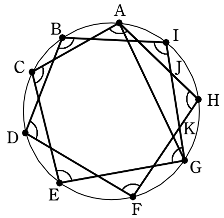
$\angle HJK+\angle KHJ=\angle JKF$　……③

②と③ から

$\angle JAG+\angle JGA+\angle KHJ=\angle JKF$

五角形 BDFKI の内角の和は　540°　……④

①と④ から　　$360°+540°=900°$



1

右の図のように，直線 AE と CD の交点を G，直線 DF と AB の交点を H とする。

△CEG の内角と外角の関係から

$\angle EGC=115°-40°=75°$

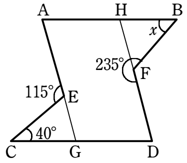
AG∥HD であるから　　$\angle FDC=75°$

AB∥CD であるから　　$\angle FHB=75°$

一方　　$\angle BFD=360°-235°=125°$

△BFH の内角と外角の関係から

$\angle x=125°-75°=50°$



2

直線 ℓ と辺 AB，AC との交点をそれぞれ D，E とする。

ℓ ∥ m より，同位角は等しいから

$\angle BDE=\angle x$

よって　　$\angle ADE=180°-\angle x$

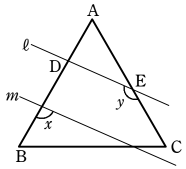
△ABC は正三角形であるから

$\angle DAE=60°$

したがって，△ADE において，内角と外角の関係から

$\angle y=60°+(180°-\angle x)$

よって　　$\angle x+\angle y=240°$



3

右の図のように，直線 ℓ と m に平行な直線 n，n′ を引く。

右の図で，m∥n′ より

$\angle g=\angle d$

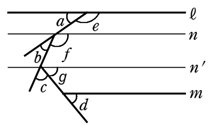
n∥n′ より　$\angle f=\angle c+\angle g=\angle c+\angle d$

ℓ ∥n より　$\angle e=\angle b+\angle f=\angle b+\angle c+\angle d$

$\angle a+\angle e=180°$ であるから

$\angle a+(\angle b+\angle c+\angle d)=180°$

すなわち　$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180°$



4

△OBD は DO＝DB の二等辺三角形であるから

$\angle OBD=\angle BOD=23°$

△OBD の内角と外角の性質により

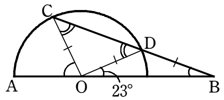
$\angle ODC=23°+23°=46°$

△ODC は OD＝OC の二等辺三角形であるから

$\angle OCD=\angle ODC=46°$

△OBC の内角と外角の性質により

$\angle AOC=23°+46°=69°$



5

(1)　∠ABC の大きさを x とする。

PQ＝QB から

$\angle QPB=\angle QBP=x$

よって，△BPQ の内角と外角の関係から

$\angle PQA=2x$

PQ＝AP から

$\angle PAQ=\angle PQA=2x$

よって，△BPA の内角と外角の関係から

$\angle APC=3x$

AP＝CA から

$\angle ACP=\angle APC=3x$

よって，△ABC の内角について

$112°+x+3x=180°$

$4x=68°$

ゆえに　　$x=17°$

すなわち　　$\angle ABC=17°$

(2)　∠ABC の大きさを x とする。

AP＝PB から

$\angle PAB=\angle PBA=x$

よって，△ABP の内角と外角の関係から

$\angle QPA=2x$

QP＝AQ から

$\angle QAP=\angle QPA=2x$

よって，△APQ の内角と外角の関係から

$\angle AQC=4x$

AQ＝AC から

$\angle ACQ=\angle AQC=4x$

よって，△ABC の内角について

$90°+x+4x=180°$

$5x=90°$

ゆえに　　$x=18°$

すなわち　　$\angle ABC=18°$

6

正五角形 ABCDE の内角の和は

$180°\times(5-2)=540°$

よって，正五角形の１つの内角の大きさは

$540°\div5=108°$

E を通り ℓ に平行な直線を引き，３点 F，G，H を右の図のように定めると

$\angle EAF=180°-(30°+108°)=42°$

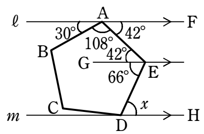
よって，平行線の錯角は等しいから

$\angle AEG=42°$

$\angle GED=108°-42°=66°$

したがって，平行線の錯角は等しいから

$\angle x=66°$



7 [岩手県]

右の図のように記号を決める。

正五角形の１つの内角の大きさは

$180°\times3\div5=108°$

△BCD は BC＝CD の二等辺三角形であるから

$\angle CDB=(180°-108°)\div2$

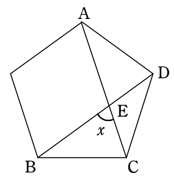
$=36°$

△ACD は CD＝DA の二等辺三角形であるから

$\angle ACD=36°$

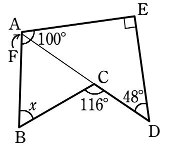
よって，△CDE において

$\angle x=36°+36°=72°$



8

(1)　辺 DC の延長と辺 AB との交点を F とする。



四角形の内角の和は 360° であるから

$\angle AFD = 360° - (100° + 48° + 90°)$

$= 122°$

よって　$\angle BFC = 180° - 122°$

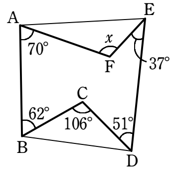
$= 58°$

したがって，三角形の内角と外角の関係から

$\angle x = 116° - 58°$

$= 58°$

(2)　A と E，B と D を結ぶ。



四角形の内角の和は 360° であるから

$\angle EAF + \angle AEF$

$= 360° - (70° + 62° + 51° + 37° + \angle CBD + \angle CDB)$

$= 140° - (\angle CBD + \angle CDB)$

△CBD において

$\angle CBD + \angle CDB = 180° - 106°$

$= 74°$

であるから

$\angle EAF + \angle AEF = 140° - 74°$

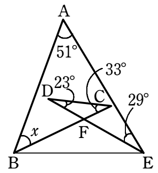
$= 66°$

よって，△AFE において

$\angle x = 180° - 66°$

$= 114°$

(3)　B と E を結ぶ。



△CDF において，内角と外角の関係から

$\angle DFB = 23° + 33°$

$= 56°$

よって，△BFE において，内角と外角の関係から

$\angle FBE + \angle FEB = 56°$

ここで，△ABE において

$\angle x = 180° - (51° + 29° + \angle FBE + \angle FEB)$

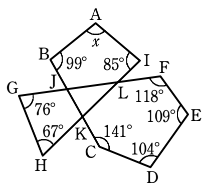
$= 100° - (\angle FBE + \angle FEB)$

$= 100° - 56°$

$= 44°$

9

右の図のように各頂点を定める。



△GHL において，内角と外角の関係から

$\angle GLI = 76° + 67°$

$= 143°$

五角形の内角の和は 540° であるから，

五角形 JCDEF において

$\angle CJF = 540° - (141° + 104° + 109° + 118°)$

$= 68°$

よって　$\angle BJL = 180° - 68°$

$= 112°$

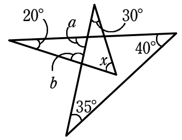
したがって，五角形 ABJLI において

$\angle x = 540° - (99° + 112° + 143° + 85°)$

$= 101°$

10

(1)　右の図で，三角形の内角と外角の性質から



$\angle a = 40° + 35° = 75°$

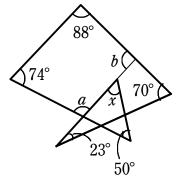
$\angle b = \angle x + 30°$

三角形の内角の和は 180° であるから

$20° + 75° + (\angle x + 30°) = 180°$

よって　$\angle x = 180° - (20° + 75° + 30°) = 55°$

(2)　右の図で，三角形の内角と外角の性質から



$\angle a = \angle x + 50°$

$\angle b = 23° + 70° = 93°$

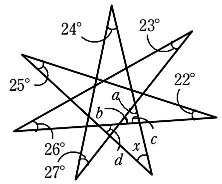
四角形の内角の和は 360° であるから

$(\angle x + 50°) + 93° + 88° + 74° = 360°$

よって　$\angle x + 305° = 360°$

したがって　$\angle x = 360° - 305° = 55°$

(3)　右の図で，三角形の内角と外角の性質から



$\angle a = 24° + 27° = 51°$

$\angle b = 23° + 26° = 49°$

$\angle d = 25° + 22° = 47°$

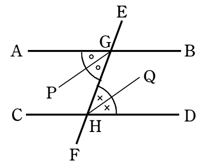
$\angle c = \angle x + \angle d = \angle x + 47°$

$\angle a + \angle b + \angle c = 180°$ であるから

$51° + 49° + \angle x + 47° = 180°$

よって　$\angle x = 180° - (51° + 49° + 47°) = 33°$

1



AB∥CD であるから

$\angle AGH = \angle GHD$　……①

GP，HQ は，それぞれ ∠AGH，∠GHD の二等分線であるから

$\angle PGH = \frac{1}{2}\angle AGH$　……②

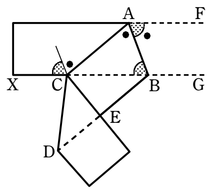
$\angle GHQ = \frac{1}{2}\angle GHD$　……③

①，②，③ から　$\angle PGH = \angle GHQ$

錯角が等しいから　GP∥QH

2

(1)　右の図のように，線分 AB で折る前のテープのふち上の点を F，G とする。



このとき，平行線の錯角は等しいから

$\angle FAB = \angle ABC = 70°$

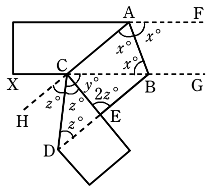
また，折り返した角は等しいから

$\angle CAB = \angle FAB = 70°$

よって，△ACB において，内角と外角の関係から

$\angle ACX = 70° + 70° = 140°$

(2)　右の図のように，AC の延長上の点を H とし，$\angle ECD = z°$ とすると，折り返した角は等しいから



$\angle HCD = z°$

また，平行線の錯角は等しいから

$\angle EDC = z°$

よって，内角と外角の関係から

$\angle BEC = 2z°$

$\angle ABC = x°$ であるから　$\angle BAF = x°$

よって　$\angle BAC = \angle BAF = x°$

△ABC において，内角と外角の関係から

$\angle HCB = 2x°$

一方　$\angle HCB = y° + z°$

よって　$2x° = y° + z°$

$z° = 2x° - y°$

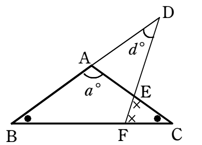
したがって　$\angle BEC = 2(2x° - y°)$

$= 4x° - 2y°$

3

AB＝AC であるから

$\angle B = \angle C$
$= (180° - a°) \div 2$
$= 90° - \dfrac{a°}{2}$



CE＝CF であるから

$\angle EFC = \left\{180° - \left(90° - \dfrac{a°}{2}\right)\right\} \div 2$
$= \left(90° + \dfrac{a°}{2}\right) \div 2 = 45° + \dfrac{a°}{4}$

△DBF の内角と外角の性質から

$45° + \dfrac{a°}{4} = 90° - \dfrac{a°}{2} + d°$

よって　$d = \dfrac{3}{4}a - 45$　……①

FB＝FD であるとすると　$\angle FDB = \angle FBD$

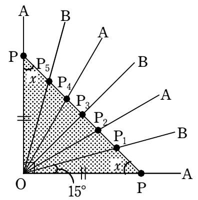
よって　$d = 90 - \dfrac{a}{2}$　……②

①，②から　$\dfrac{3}{4}a - 45 = 90 - \dfrac{a}{2}$

これを解くと　$a = 108$　　答（ア）$\dfrac{3}{4}a - 45$　（イ）108

4

光が反射するごとに，反射した方の鏡を対称の軸にして折り返すと，光が通る道すじは右の図のような真っすぐな線になる。
右の図で，$\angle x$ の大きさを求めればよい。
$15° \times 6 = 90°$ であるから，右の図で影をつけた三角形は，直角二等辺三角形になる。
したがって　$\angle x = 45°$

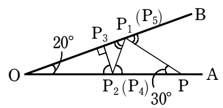


5

(1)　$\triangle OPP_1$ において，内角と外角の性質から

$\angle BP_1P = 20° + 30° = 50°$

$\angle OP_1P_2 = \angle BP_1P$ であるから　$\angle OP_1P_2 = 50°$　答



(2)　$\triangle OP_1P_2$ において，内角と外角の性質から

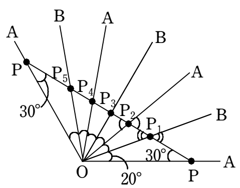
$\angle AP_2P_1 = 20° + 50° = 70°$

$\angle OP_2P_3 = \angle AP_2P_1 = 70°$ であるから，$\triangle OP_2P_3$ において

$\angle BP_3P_2 = 20° + 70° = 90°$　　答　$n = 3$

(3)　(2) の結果より，$P \to P_1 \to P_2 \to P_3 \to P_2\ (P_4) \to P_1\ (P_5) \to P$ の　5回　答
　　　　　　　　　　①　②　③　④　⑤

参考　光が反射するごとに，反射した方の鏡を対称の軸にして折り返してみると，光が通る道すじは右の図のような，真っすぐな線になる。なお，$\angle OP_1P_2 = \angle BP_1P$ や $\angle OP_2P_3 = \angle AP_2P_1$ は，右の図では，対頂角が等しいという関係で表されている。



6

(1)　△ABC において

$\angle ABC = 20° + 40° + 20° = 80°$

$\angle ACB = 50°$ であるから

$\angle BAC = 180° - (80° + 50°) = 50°$

(2)　(1) より，$\angle BAC = \angle BCA$ であるから

BA＝BC　……①

さらに，△BCE において

$\angle BCE = 50° + 30° = 80°$ であるから

$\angle BEC = 180° - (20° + 80°) = 80°$

よって，$\angle BCE = \angle BEC$ であるから

BC＝BE　……②

①，② より，BA＝BE となるから　$\angle BAE = \angle BEA$

ここで，$\angle ABE = 20° + 40° = 60°$ であるから

$\angle BEA = (180° - 60°) \div 2 = 60°$

(3)　△EDB において，内角と外角の性質から

$\angle EDB = \angle BEC - \angle DBE = 80° - 40° = 40°$

(4)　△ABE は正三角形となるから

AE＝BE　……③

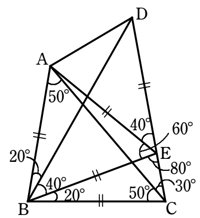
$\angle EDB = \angle EBD\ (=40°)$ であるから

BE＝DE　……④

③，④ より，AE＝DE となるから　$\angle EAD = \angle EDA$

ここで，$\angle AED = 180° - (60° + 80°) = 40°$ であるから

$\angle EAD = (180° - 40°) \div 2 = 70°$



7［智弁学園和歌山］

半直線 FA と半直線 CB の交点を H とする。

HC∥FE より，∠H の外角の大きさは

114°

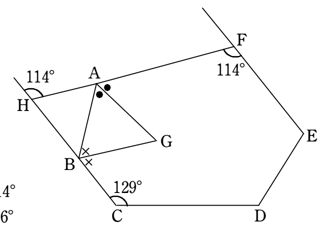
よって，△GAB において ∠A と ∠B の外角の和は　114°

$\angle GAB = a$，$\angle GBA = b$ とすると

$(180° - 2a) + (180° - 2b) = 114°$
$2a + 2b = 246°$
$a + b = 123°$

したがって，△GAB において

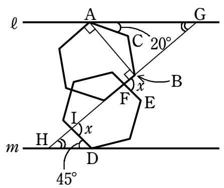
$\angle AGB = 180° - 123° = 57°$



8

右の図のように，点 A，B，C，D，E，F をとり，A と B を結ぶ。
また，直線 BF と 2 直線 ℓ，m の交点を，それぞれ G，H とし，図のように点 I をとる。
正六角形の 1 つの内角の大きさは 120° であるから　$\angle CAB = 120° - 90° = 30°$
△ABG において，∠ABF＝90° であるから，内角と外角の性質より

$\angle AGB = \angle ABF - \angle GAB$
$= 90° - (20° + 30°) = 40°$



ℓ∥m より，錯角は等しいから

$\angle IHD = \angle AGB = 40°$

EF∥DI より，同位角は等しいから

$\angle x = \angle FID$

ここで，△IHD において，内角と外角の性質から

$\angle FID = \angle IHD + \angle HDI$
$= 40° + 45° = 85°$

したがって　$\angle x = 85°$

9

△ABC において

$\angle ABC + \angle ACB = 180° - 45° = 135°$

△DBC において

$\angle DBC + \angle DCB = 180° - 125° = 55°$

これらのことを図の記号 ○，● で表すと

○＋○＋●＋●＋●＝135°　……①
○＋●＝55°　……②

② より　○＋○＋●＋●＝55°×2＝110°

であるから，① との差を考えて　●＝25°

これと ② から　○＝30°

したがって　∠ABC＝60°

参考　○ を $a°$，● を $b°$ で表すと，①，② は

連立方程式　$\begin{cases} 2a + 3b = 135 \\ a + b = 55 \end{cases}$

で表される。
連立方程式の解き方を学習している場合には，上の連立方程式を解いて答えを求めてもよい。

10

FG の延長と辺 AB の交点を P，EG の延長と辺 BC の交点を Q とする。
右の図で，△EBC の内角の和は 180° であるから

$a° + 2b° + 80° = 180°$

よって　$a° + 2b° = 100°$　……①

△FAB の内角の和は 180° であるから

$a° + 2c° + 70° = 180°$

よって　$a° + 2c° = 110°$　……②

△EQC の内角と外角の性質から　$\angle GQB = b° + 80°$

△FAP の内角と外角の性質から　$\angle GPB = c° + 70°$

四角形 PBQG の内角の和は 360° であるから

$(c° + 70°) + a° + (b° + 80°) + \angle x = 360°$
$\angle x = 210° - (a° + b° + c°)$

①＋② から　$2(a° + b° + c°) = 210°$

よって　$a° + b° + c° = 105°$

したがって　$\angle x = 210° - 105° = 105°$