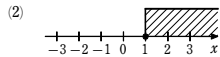
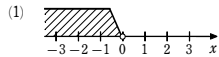


第5章 不等式 例題

1

解説



2

解説

(1) $x - 5 > 8$

両辺に 5 をたすと
 $x - 5 + 5 > 8 + 5$
 $x > 13$

(2) $x + 10 \leq 4$

両辺から 10 をひくと
 $x + 10 - 10 \leq 4 - 10$
 $x \leq -6$

(3) $8x \leq 40$

両辺を 8 でわると
 $\frac{8x}{8} \leq \frac{40}{8}$
 $x \leq 5$

(4) $-3x > -9$

両辺を -3 でわると
 $\frac{-3x}{-3} < \frac{-9}{-3}$
 $x < 3$

3

解説

$-3, 6x$ を移項すると $4x - 6x \geq 5 + 3$

$-2x \geq 8$
 $x \leq -4$

4

解説

(1) $3x - 5(x - 1) \geq 13$

かっこをはずすと $3x - 5x + 5 \geq 13$
 移項すると $3x - 5x \geq 13 - 5$
 $-2x \geq 8$

両辺を -2 でわると $x \leq -4$ 罫

(2) $\frac{2x - 3}{5} > 1 - \frac{x - 4}{3}$

両辺に 15 をかけると $3(2x - 3) > 15 - 5(x - 4)$
 かっこをはずすと $6x - 9 > 15 - 5x + 20$

移項すると $6x + 5x > 15 + 20 + 9$
 $11x > 44$

両辺を 11 でわると $x > 4$ 罫

(3) $0.3x - 0.5 \leq 0.6x + 1$

両辺に 10 をかけると $3x - 5 \leq 6x + 10$
 移項すると $3x - 6x \leq 10 + 5$

$-3x \leq 15$

$x \geq -5$ 罫

5

解説

(1) $x + 13 \geq 3(2x - 3)$

$x + 13 \geq 6x - 9$
 $-5x \geq -22$
 $x \leq \frac{22}{5}$

$\frac{22}{5} = 4.4$ であるから、 $x \leq \frac{22}{5}$ を満たす数のうち、最も大きい整数は 4

(2) $2x + 5 < 5(x - 2)$

$2x + 5 < 5x - 10$
 $-3x < -15$
 $x > 5$

これを満たす数のうち、最も小さい整数は 6

6

解説

(1) $\begin{cases} 2x - 9 < 1 & \dots\dots ① \\ x - 3 < 4x & \dots\dots ② \end{cases}$

① を解くと $2x < 10$
 $x < 5$ $\dots\dots ③$

② を解くと $-3x < 3$
 $x > -1$ $\dots\dots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて
 $-1 < x < 5$

(2) $\begin{cases} 3x + 2 \geq 5x - 6 & \dots\dots ① \\ 4x - 5 < 16 - 3x & \dots\dots ② \end{cases}$

① を解くと $-2x \geq -8$
 $x \leq 4$ $\dots\dots ③$

② を解くと $7x < 21$
 $x < 3$ $\dots\dots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて $x < 3$

(3) $\begin{cases} 2x - 6 > x - 2 & \dots\dots ① \\ 8x + 2 \leq 3x + 7 & \dots\dots ② \end{cases}$

① を解くと $x > 4$ $\dots\dots ③$

② を解くと $5x \leq 5$
 $x \leq 1$ $\dots\dots ④$

③ と ④ は共通範囲をもたないから、解はない。

(4) $\begin{cases} 4x + 1 \geq 2x - 5 & \dots\dots ① \\ 3x + 5 \geq 4x + 8 & \dots\dots ② \end{cases}$

① を解くと $2x \geq -6$
 $x \geq -3$ $\dots\dots ③$

② を解くと $-x \geq 3$
 $x \leq -3$ $\dots\dots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて $x = -3$

7

解説

(1) $8x - 7 < 2x + 11 \leq 4x + 13$

は、次のように書ける。

$\begin{cases} 8x - 7 < 2x + 11 & \dots\dots ① \\ 2x + 11 \leq 4x + 13 & \dots\dots ② \end{cases}$

① を解くと $6x < 18$

$x < 3$ $\dots\dots ③$

② を解くと $-2x \leq 2$

$x \geq -1$ $\dots\dots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて $-1 \leq x < 3$

(2) $-2 \leq 3x + 4 \leq 19$

各辺から 4 をひくと $-6 \leq 3x \leq 15$

各辺を 3 でわると $-2 \leq x \leq 5$

8

解説

150 円のノートが x 冊買うとすると、60 円のノートは $(24 - x)$ 冊買うことになる。この 2 種類のノートを 24 冊買った代金が 3000 円以内であるから

$150x + 60(24 - x) \leq 3000$

$150x + 1440 - 60x \leq 3000$

$90x \leq 1560$

$x \leq \frac{52}{3}$

よって $x \leq \frac{52}{3}$

すなわち $x \leq 17.33\dots$ $\dots\dots ①$

x は冊数であるから、自然数である。

150 円のノートになるべく多く買うには、① を満たす自然数のうち最も大きいものを求めればよい。

よって $x = 17$

これは問題に適している。 罫 17 冊

9

解説

買う商品の個数が 10 個以下のときは A 店の方が B 店より安いから、求める個数を x 個とすると $x > 10$ である。

このとき、条件から $200x > 210 \times 10 + 170(x - 10)$

よって $200x > 2100 + 170x - 1700$

ゆえに $30x > 400$ よって $x > \frac{400}{30} = 13.3\dots$

x は整数であるから $x \geq 14$

したがって、B 店の方が安くなるのは、買う商品が 14 個以上のときである。

10

解説

歩く距離を x m とすると

$$25 \leq \frac{x}{60} + \frac{3000-x}{180} \leq 30$$

$$4500 \leq 3x + 3000 - x \leq 5400$$

$$4500 \leq 2x + 3000 \leq 5400$$

$$1500 \leq 2x \leq 2400$$

$$750 \leq x \leq 1200$$

よって、750 m 以上 1200 m 以下。これは問題に適している。

11

解説

(1) 3人ずつ座ると5人が座れなくなるから、クラスの生徒の人数は $(3x+5)$ 人

5人ずつ座ったとき、最後に使った長いすの1つ手前までの長いすに座った生徒の人数は $5(x-3)$ 人

よって、最後に使った長いすに座っている生徒の人数は

$$(3x+5) - 5(x-3) = 20 - 2x \quad \text{図} \quad (20-2x) \text{人}$$

(2) 5人ずつ座ったとき、最後に使った長いすに座っている生徒の人数は1人以上5人以下であるから

$$1 \leq 20 - 2x \leq 5$$

$$-19 \leq -2x \leq -15$$

$$\frac{19}{2} \geq x \geq \frac{15}{2}$$

すなわち $\frac{15}{2} \leq x \leq \frac{19}{2}$

$\frac{15}{2} = 7.5, \frac{19}{2} = 9.5$ で、 x は自然数であるから $x = 8, 9$

図 8個または9個

12

解説

(1) $4 < a < 7, 2 < b < 6$ の各辺をたすと $4 + 2 < a + b < 7 + 6$

よって $6 < a + b < 13$

(2) $4 < a < 7 \dots\dots ①, 2 < b < 6 \dots\dots ②$

②の各辺に -1 をかけると $-2 > -b > -6$

すなわち $-6 < -b < -2 \dots\dots ③$

①, ③の各辺をたすと $4 - 6 < a + (-b) < 7 - 2$

よって $-2 < a - b < 5$

(3) $4 < a < 7$ の各辺に 3 をかけると $12 < 3a < 21 \dots\dots ①$

$2 < b < 6$ の各辺に 5 をかけると $10 < 5b < 30 \dots\dots ②$

①, ②の各辺をたすと $12 + 10 < 3a + 5b < 21 + 30$

よって $22 < 3a + 5b < 51$

(4) $4 < a < 7$ の各辺に 3 をかけると $12 < 3a < 21 \dots\dots ①$

$2 < b < 6$ の各辺に -5 をかけると $-10 > -5b > -30$

すなわち $-30 < -5b < -10 \dots\dots ②$

①, ②の各辺をたすと $12 - 30 < 3a + (-5b) < 21 - 10$

よって $-18 < 3a - 5b < 11$

13

解説

(1) $\begin{cases} 7x - 5 > 13 - 2x \dots\dots ① \\ x + a \geq 3x + 5 \dots\dots ② \end{cases}$

①から $9x > 18$ よって $x > 2 \dots\dots ③$

②から $-2x \geq -a + 5$ よって $x \leq \frac{a-5}{2} \dots\dots ④$

条件を満たすのは、③と④を同時に満たす整数 x が 3, 4, 5, 6, 7 となるときである

から $7 \leq \frac{a-5}{2} < 8$

各辺に 2 を掛けて $14 \leq a - 5 < 16$

各辺に 5 を加えて $19 \leq a < 21$

(2) $\begin{cases} 3(x+1) \leq 2(4x-2) + 12 \dots\dots ① \\ 2x-3 < a \dots\dots ② \end{cases}$

①を解くと $3x + 3 \leq 8x - 4 + 12$
 $-5x \leq 5$
 $x \geq -1 \dots\dots ③$

②を解くと $2x < a + 3$

$x < \frac{a+3}{2} \dots\dots ④$

条件から、③と④の共通範囲が

$-1 \leq x < \frac{a+3}{2}$

の形になり、この範囲に含まれる整数が

$-1, 0, 1, 2$

の4個になればよい。

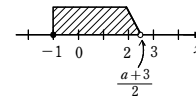
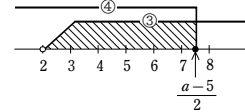
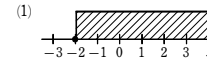
よって $2 < \frac{a+3}{2} \leq 3$

$4 < a + 3 \leq 6$

$1 < a \leq 3$

1

解説



2

解説

- (1) $x-5 > 3$
両辺に 5 をたすと $x-5+5 > 3+5$
 $x > 8$
- (2) $x+2 < -8$
両辺から 2 をひくと $x+2-2 < -8-2$
 $x < -10$
- (3) $x+7 \geq 4$
両辺から 7 をひくと $x+7-7 \geq 4-7$
 $x \geq -3$
- (4) $x+5 \leq 4$
両辺から 5 をひくと $x+5-5 \leq 4-5$
 $x \leq -1$
- (5) $4x \leq -28$
両辺を 4 でわると $\frac{4x}{4} \leq \frac{-28}{4}$
 $x \leq -7$
- (6) $-7x > 56$
両辺を -7 でわると $\frac{-7x}{-7} < \frac{56}{-7}$
 $x < -8$
- (7) $-5x \geq -70$
両辺を -5 でわると $\frac{-5x}{-5} \leq \frac{-70}{-5}$
 $x \leq 14$
- (8) $4x < 104$
両辺を 4 でわると $\frac{4x}{4} < \frac{104}{4}$
 $x < 26$
- (9) $-3x \leq 132$
両辺を -3 でわると $\frac{-3x}{-3} \geq \frac{132}{-3}$
 $x \geq -44$
- (10) $-4x \geq 192$
両辺を -4 でわると $\frac{-4x}{-4} \leq \frac{192}{-4}$
 $x \leq -48$
- (11) $-5x > -240$
両辺を -5 でわると $\frac{-5x}{-5} < \frac{-240}{-5}$
 $x < 48$
- (12) $-9x < 207$
両辺を -9 でわると $\frac{-9x}{-9} > \frac{207}{-9}$
 $x > -23$

3

解説

- (1) $6x-11 > 4x+1$
 $2x > 12$
 $x > 6$
- (2) $2x+4 \leq 6x-8$
 $-4x \leq -12$
 $x \geq 3$
- (3) $8x+3 < 6x-17$
 $2x < -20$
 $x < -10$
- (4) $x+7 \geq 3x+15$
 $-2x \geq 8$
 $x \leq -4$
- (5) $1-2x \geq x+7$
 $-3x \geq 6$
 $x \leq -2$
- (6) $2-7x < -2x+12$
 $-5x < 10$
 $x > -2$
- (7) $8x+12 < 3x-3$
 $5x < -15$
 $x < -3$
- (8) $4x+3 \geq 7x-6$
 $-3x \geq -9$
 $x \leq 3$
- (9) $2x-3 < 6x-11$
 $-4x < -8$
 $x > 2$
- (10) $-1+2x \geq 4x-7$
 $-2x \geq -6$
 $x \leq 3$
- (11) $-x+5 > 3x+7$
 $-4x > 2$
 $x < -\frac{1}{2}$
- (12) $2-3x \leq 12x-3$
 $-15x \leq -5$
 $x \geq \frac{1}{3}$

4

解説

- (1) $3(x-1) \geq 4x-9$
かっこをはずすと $3x-3 \geq 4x-9$
移項すると $3x-4x \geq -9+3$
 $-x \geq -6$
 $x \leq 6$

(2) $6(x+3)-8x \geq x+1$
かっこをはずすと $6x+18-8x \geq x+1$
移項すると $6x-8x-x \geq 1-18$
 $-3x \geq -17$
 $x \leq \frac{17}{3}$

(3) $\frac{1}{3}x < x+2$
両辺に 3 をかけると $x < 3x+6$
移項すると $x-3x < 6$
 $-2x < 6$
 $x > -3$

(4) $x-3 \geq \frac{3-x}{4}$

両辺に 4 をかけると $4(x-3) \geq 3-x$
かっこをはずすと $4x-12 \geq 3-x$
移項すると $4x+x \geq 3+12$
 $5x \geq 15$
 $x \geq 3$

(5) $\frac{x}{7}-2 < \frac{x}{3}-6$
両辺に 21 をかけると $3x-42 < 7x-126$
移項すると $3x-7x < -126+42$
 $-4x < -84$
 $x > 21$

(6) $0.3x+0.2 > 0.7x+1.4$
両辺に 10 をかけると $3x+2 > 7x+14$
移項すると $3x-7x > 14-2$
 $-4x > 12$
 $x < -3$

(7) $1.2-0.5(x-2) > 2x-5.3$
両辺に 10 をかけると $12-5(x-2) > 20x-53$
かっこをはずすと $12-5x+10 > 20x-53$
移項すると $-5x-20x > -53-12-10$
 $-25x > -75$
 $x < 3$

5

解説

- (1) 不等式
- $x+6>3(x-3)$
- を解くと

$$\begin{aligned} x+6 &> 3x-9 \\ -2x &> -15 \end{aligned}$$

$$\text{よって } x < \frac{15}{2}$$

$\frac{15}{2}=7.5$ であるから、 $x < \frac{15}{2}$ を満たす数のうち、最も大きい整数は 7

- (2) 不等式
- $-2x+51>4(7-2x)$
- を解くと

$$\begin{aligned} -2x+51 &> 28-8x \\ 6x &> -23 \end{aligned}$$

$$\text{よって } x > -\frac{23}{6}$$

$-\frac{23}{6}=-3.8\dots$ であるから、 $x > -\frac{23}{6}$ を満たす数のうち、最も小さい整数は -3

- (3) 不等式
- $\frac{x}{4}-\frac{3x-1}{3}>1$
- を解くと

$$\begin{aligned} 3x-4(3x-1) &> 12 \\ 3x-12x+4 &> 12 \\ -9x &> 8 \end{aligned}$$

$$\text{よって } x < -\frac{8}{9}$$

$-\frac{8}{9}=-0.8\dots$ であるから、 $x < -\frac{8}{9}$ を満たす数のうち、最も大きい整数は -1

- (4) 不等式
- $\frac{n-5}{3}<\frac{3n-8}{2}$
- を解くと

$$\begin{aligned} 2(n-5) &< 3(3n-8) \\ 2n-10 &< 9n-24 \\ -7n &< -14 \end{aligned}$$

$$\text{よって } n > 2$$

これを満たす自然数 n のうち、最も小さいものは 3

- (5) ① 不等式
- $2x+1>10$
- を解くと

$$2x > 9$$

$$\text{よって } x > \frac{9}{2}$$

$\frac{9}{2}=4.5$ であり、 $x > \frac{9}{2}$ を満たす 6 以下の自然数が解であるから $x=5, 6$

図 2個

- ② 不等式
- $5x+4<2(4x-3)$
- を解くと

$$\begin{aligned} 5x+4 &< 8x-6 \\ -3x &< -10 \end{aligned}$$

$$\text{よって } x > \frac{10}{3}$$

$\frac{10}{3}=3.3\dots$ であり、 $x > \frac{10}{3}$ を満たす 6 以下の自然数が解であるから $x=4, 5, 6$

図 3個

6

解説

$$(1) \begin{cases} 5x \leq 2x+6 & \dots \text{①} \\ 2x+3 > -5 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } 3x \leq 6 \\ x \leq 2 \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } 2x > -8 \\ x > -4 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $-4 < x \leq 2$

$$(2) \begin{cases} -4x-6 \leq -7x & \dots \text{①} \\ -2 < 3x+13 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } 3x \leq 6 \\ x \leq 2 \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } -3x < 15 \\ x > -5 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $-5 < x \leq 2$

$$(3) \begin{cases} -x+6 \leq 5x & \dots \text{①} \\ 4x+3 \leq 7 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } -6x \leq -6 \\ x \geq 1 \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } 4x \leq 4 \\ x \leq 1 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $x=1$

$$(4) \begin{cases} 2x+7 \geq 4x-3 & \dots \text{①} \\ 3x+5 > -2x & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } -2x \geq -10 \\ x \leq 5 \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } 5x > -5 \\ x > -1 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $-1 < x \leq 5$

$$(5) \begin{cases} -13 < 2x+7 & \dots \text{①} \\ 7x \leq 4x-18 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } -2x < 20 \\ x > -10 \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } 3x \leq -18 \\ x \leq -6 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $-10 < x \leq -6$

$$(6) \begin{cases} 3x+3 < 4 & \dots \text{①} \\ 2x-2 \leq 9x+12 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } 3x < 1 \\ x < \frac{1}{3} \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } -7x \leq 14 \\ x \geq -2 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $-2 \leq x < \frac{1}{3}$

$$(7) \begin{cases} 4x+1 < 3x-1 & \dots \text{①} \\ x-9 \geq -4x+6 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } x < -2 \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } 5x \geq 15 \\ x \geq 3 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ は共通範囲をもたないから、解はない。

$$(8) \begin{cases} 7x-8 \geq 3x+10 & \dots \text{①} \\ 2x+5 > 4x-9 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } 4x \geq 18 \\ x \geq \frac{9}{2} \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } -2x > -14 \\ x < 7 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $\frac{9}{2} \leq x < 7$

$$(9) \begin{cases} 2x-3 \geq 17-3x & \dots \text{①} \\ 8x+13 > 12x-11 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } 5x \geq 20 \\ x \geq 4 \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } -4x > -24 \\ x < 6 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $4 \leq x < 6$

$$(10) \begin{cases} 6-2x > 9x+6 & \dots \text{①} \\ 3x+6 < 2+x & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } -11x > 0 \\ x < 0 \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } 2x < -4 \\ x < -2 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $x < -2$

$$(11) \begin{cases} 2x-7 \leq 5x-13 & \dots \text{①} \\ 3-8x > -10x-3 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } -3x \leq -6 \\ x \geq 2 \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } 2x > -6 \\ x > -3 \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $x \geq 2$

$$(12) \begin{cases} 2x+2 < x+7 & \dots \text{①} \\ 3x+15 \leq 13-x & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① より } x < 5 \quad \dots \text{③}$$

$$\text{② より } 4x \leq -2 \\ x \leq -\frac{1}{2} \quad \dots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $x \leq -\frac{1}{2}$

7

解説

$$(1) \begin{cases} -3x-2 < x & \dots\dots ① \\ x < 0 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① \text{ から } -4x < 2$$

$$\text{よって } x > -\frac{1}{2} \dots\dots ③$$

$$② \text{ と } ③ \text{ の共通範囲を求めて } -\frac{1}{2} < x < 0$$

$$(2) \text{ 各辺から } 2 \text{ を引いて } -3-2 \leq 5x \leq 10-2$$

$$\text{すなわち } -5 \leq 5x \leq 8$$

$$\text{各辺を } 5 \text{ で割って } -1 \leq x \leq \frac{8}{5}$$

$$(3) \begin{cases} x < 3x+12 & \dots\dots ① \\ 3x+12 < 8 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① \text{ から } -2x < 12$$

$$\text{よって } x > -6 \dots\dots ③$$

$$② \text{ から } 3x < -4$$

$$\text{よって } x < -\frac{4}{3} \dots\dots ④$$

$$③ \text{ と } ④ \text{ の共通範囲を求めて } -6 < x < -\frac{4}{3}$$

$$(4) \text{ 各辺に } 6 \text{ を掛ける}$$

$$6 \times \frac{3x-1}{6} \leq 6 \times \frac{2x+1}{3} \leq 6 \times \frac{x+2}{2}$$

$$\text{すなわち } 3x-1 \leq 4x+2 \leq 3x+6$$

$$3x-1 \leq 4x+2 \text{ から } -x \leq 3$$

$$\text{すなわち } x \geq -3 \dots\dots ①$$

$$4x+2 \leq 3x+6 \text{ から } x \leq 4 \dots\dots ②$$

$$① \text{ と } ② \text{ の共通範囲を求めて } -3 \leq x \leq 4$$

$$(5) \text{ 各辺に } 100 \text{ を掛けると } -3 \leq 10-2x < 30$$

$$\text{各辺から } 10 \text{ を引くと } -13 \leq -2x < 20$$

$$\text{各辺を } -2 \text{ で割ると } -10 < x \leq \frac{13}{2}$$

$$(6) \begin{cases} 2x-1 \leq x-3 & \dots\dots ① \\ x-3 < 3x-11 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① \text{ から } x \leq -2 \dots\dots ③$$

$$② \text{ から } -2x < -8$$

$$\text{よって } x > 4 \dots\dots ④$$

$$③ \text{ と } ④ \text{ の共通範囲はない。}$$

したがって、不等式の解は ない

8

解説

菓子 A を x 個買うとすると

$$230x + 180(14-x) \leq 3000$$

$$23x + 18(14-x) \leq 300$$

$$23x + 252 - 18x \leq 300$$

$$5x \leq 48$$

$$x \leq \frac{48}{5}$$

$\frac{48}{5} = 9.6$ で、 x は整数であるから、菓子 A は最大 9 個買える。

これは問題に適している。

9

解説

$x > 10$ として、150 円のノートを買おうとする。

10 冊までは各 150 円、 $(x-10)$ 冊は $150 \times \frac{8}{10} = 120$ より、各 120 円で、合計金額が 140 x

円よりも安くなるから

$$150 \times 10 + 120(x-10) < 140x$$

$$1500 + 120x - 1200 < 140x$$

$$-20x < -300$$

$$x > 15$$

x は整数であるから、16 冊以上買えばよい。

これは問題に適している。

10

解説

歩く距離を x m とすると

$$32 \leq \frac{x}{80} + \frac{4000-x}{200} \leq 35$$

各辺に 400 をかけると

$$12800 \leq 5x + 2(4000-x) \leq 14000$$

$$12800 \leq 3x + 8000 \leq 14000$$

$$4800 \leq 3x \leq 6000$$

$$1600 \leq x \leq 2000$$

よって、1600 m 以上 2000 m 以下にすればよい。

これは問題に適している。

11

解説

(1) 6 人ずつかけていくと 15 人が座れないから、1 年生全員の人数は

$$(6x+15) \text{ 人}$$

7 人ずつかけていったとき、最後に使った長いすの 1 つ手前までの長いすに座った生徒

の人数は $7(x-4)$ 人

よって、最後に使った長いすに座っている生徒の人数は

$$(6x+15) - 7(x-4) = 6x+15-7x+28$$

$$= -x+43$$

したがって $(-x+43)$ 人

(2) 7 人ずつかけていったとき、最後に使った長いすに座っている生徒の人数は

1 人以上 7 人以下であるから

$$1 \leq -x+43 \leq 7$$

各辺から 43 をひくと

$$-42 \leq -x \leq -36$$

各辺に -1 をかけると

$$42 \geq x \geq 36$$

すなわち $36 \leq x \leq 42$

したがって、長いすの数は 36 脚以上 42 脚以下である。

これは問題に適している。

12

解説

$$(1) \begin{cases} 4 \leq x \leq 8 & \dots\dots ① \\ -6 \leq y \leq 5 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$①, ② \text{ の各辺をたして } -2 \leq x+y \leq 13$$

$$(2) \begin{cases} 4 \leq x \leq 8 & \dots\dots ③ \\ -6 \leq y \leq 5 & \dots\dots ④ \end{cases}$$

$$③, ④ \text{ の各辺をたして } -24 \leq 4y \leq 20 \dots\dots ⑤$$

$$③, ④ \text{ の各辺をたして } -20 \leq x+4y \leq 28$$

$$(3) \begin{cases} 4 \leq x \leq 8 & \dots\dots ⑥ \\ -6 \leq y \leq 5 & \dots\dots ⑦ \end{cases}$$

$$⑥, ⑦ \text{ の各辺をたして } 1 \leq 4x-3y \leq 50$$

$$(4) \begin{cases} 4 \leq x \leq 8 & \dots\dots ⑧ \\ -6 \leq y \leq 5 & \dots\dots ⑨ \end{cases}$$

$$⑧, ⑨ \text{ の各辺をたして } -24 \leq -3x \leq -12 \dots\dots ⑩$$

$$⑧, ⑨ \text{ の各辺をたして } -12 \leq 2y \leq 10 \dots\dots ⑪$$

$$⑩, ⑪ \text{ の各辺をたして } -36 \leq -3x+2y \leq -2$$

13

解説

$$(1) \begin{cases} 3x+1 > 4x-5 & \dots\dots ① \\ 2x+3 \geq x+a & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① \text{ より } -x > -6$$

$$\text{すなわち } x < 6 \dots\dots ③$$

$$② \text{ より } x \geq a-3 \dots\dots ④$$

$$\text{条件から、} ③, ④ \text{ の共通範囲が } a-3 \leq x < 6 \dots\dots ⑤$$

の形になり、この範囲に含まれる整数が 4 と 5 のみになればよい。

よって、⑤の範囲の左端 $a-3$ が、3 より大きく 4 以下の値をとればよい。

$$\text{すなわち } 3 < a-3 \leq 4$$

$$\text{したがって } 6 < a \leq 7$$

$$(2) \begin{cases} 2(x+1) \geq 5x-2 & \dots\dots ① \\ -5x < -3x-a & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① \text{ より } -3x \geq -4$$

$$\text{よって } x \leq \frac{4}{3} \dots\dots ③$$

$$② \text{ より } -2x < -a$$

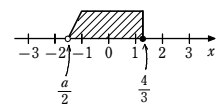
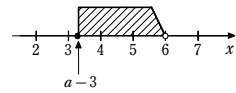
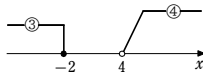
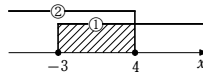
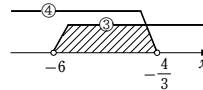
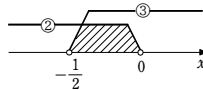
$$\text{よって } x > \frac{a}{2} \dots\dots ④$$

$$\text{条件から、} ③ \text{ と } ④ \text{ の共通範囲が } \frac{a}{2} < x \leq \frac{4}{3}$$

の形になり、この範囲に含まれる整数が $-1, 0, 1$ の 3 個になればよい。

$$\text{よって } -2 \leq \frac{a}{2} < -1$$

$$\text{すなわち } -4 \leq a < -2$$



第5章 不等式 レベルA

1

解説

- (1) $x+1 < 4$ 移項すると $x < 3$ ……①
 $x-2 \geq -7$ 移項すると $x \geq -5$ ……②
 ①, ②から $-5 \leq x < 3$
- (2) $x-1 \leq 3$ 移項すると $x \leq 4$ ……①
 $x+1 < -4$ 移項すると $x < -5$ ……②
 ①, ②から $x < -5$
- (3) $1 \geq 6-x$ 移項すると $x \geq 5$ ……①
 $x+2 > 3$ 移項すると $x > 1$ ……②
 ①, ②から $x \geq 5$
- (4) $2x-1 > 1$ 移項すると $2x > 2$ 両辺を2で割って $x > 1$ ……①
 $7 < 1-3x$ 移項すると $3x < -6$ 両辺を3で割って $x < -2$ ……②
 ①, ②から 解はない。
- (5) $x+2 < 3x-8$ 移項すると $-2x < -10$ 両辺を-2で割って $x > 5$ ……①
 $10x-5(x-2) > 8(x-2)+5$ $10x-5x+10 > 8x-16+5$
 移項して $-3x > -21$ 両辺を-3で割って $x < 7$ ……②
 ①, ②から $5 < x < 7$
- (6) $7x-6 \leq 2(x+6)$ $7x-6 \leq 2x+12$ 移項すると $5x \leq 18$
 両辺を5で割って $x \leq \frac{18}{5}$ ……①
 $6x-5 > 3x-8$ 移項すると $3x > -3$ 両辺を3で割って $x > -1$ ……②
 ①, ②から $-1 < x \leq \frac{18}{5}$
- (7) $x-3 < 5x+4$ 移項すると $-4x < 7$ 両辺を-4で割って $x > -\frac{7}{4}$ ……①
 $\frac{x-5}{4} \geq \frac{2x+3}{10}$ 両辺に20を掛けて $5(x-5) \geq 2(2x+3)$ $5x-25 \geq 4x+6$
 移項すると $x \geq 31$ ……②
 ①, ②から $x \geq 31$
- (8) $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} > \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}$ 両辺に12を掛けて $6x+4 > 9x-4$
 移項すると $-3x > -8$ 両辺を-3で割って $x < \frac{8}{3}$ ……①
 $2x+3 \leq 4x-1$ 移項すると $-2x \leq -4$ 両辺を-2で割って $x \geq 2$ ……②
 ①, ②から $2 \leq x < \frac{8}{3}$
- (9) $2x-3 < 3x-2$ 移項すると $-x < 1$ よって $x > -1$ ……①
 $3x-2 < x+4$ 移項すると $2x < 6$ 両辺を2で割って $x < 3$ ……②
 ①, ②から $-1 < x < 3$
- (10) $5 - \frac{x}{2} \leq 2x$ 両辺に2を掛けて $10 - x \leq 4x$
 移項すると $-5x \leq -10$ 両辺を-5で割って $x \geq 2$ ……①
 $2x \leq \frac{x+10}{3}$ 両辺に3を掛けて $6x \leq x+10$
 移項すると $5x \leq 10$ よって $x \leq 2$ ……②
 ①, ②から $x=2$

2

解説

- (1) $\begin{cases} 5(x+3) \leq 2x-1 & \dots\dots ① \\ \frac{x+7}{6} - 2 < \frac{1}{4}x & \dots\dots ② \end{cases}$
- ①を解くと $5x+15 \leq 2x-1$
 $3x \leq -16$
 $x \leq -\frac{16}{3}$ ……③
- ②を解くと $2(x+7)-24 < 3x$
 $2x+14-24 < 3x$
 $-x < 10$
 $x > -10$ ……④
- ③と④の共通範囲を求めて $-10 < x \leq -\frac{16}{3}$
 x は整数であるから $x = -9, -8, -7, -6$
- (2) $\begin{cases} 3(x-2)+6 < 4(1+x)+3 & \dots\dots ① \\ 4(1+x)+3 \leq 0.5x-7 & \dots\dots ② \end{cases}$
- ①を解くと $3x-6+6 < 4+4x+3$
 $-x < 7$
 $x > -7$ ……③
- ②を解くと $8(1+x)+6 \leq x-14$
 $8+8x+6 \leq x-14$
 $7x \leq -28$
 $x \leq -4$ ……④
- ③と④の共通範囲を求めて $-7 < x \leq -4$
 x は整数であるから $x = -6, -5, -4$

3

解説

- (1) $\begin{cases} 5x-8 > 2x+1 & \dots\dots ① \\ 2x+3 > 4x-2a & \dots\dots ② \end{cases}$
- ①より $3x > 9$
 $x > 3$ ……③
- ②より $-2x > -2a-3$
 $x < \frac{2a+3}{2}$ ……④
- 条件から, ③, ④の共通範囲が $3 < x < \frac{2a+3}{2}$ ……⑤
- の形になり, この範囲に含まれる整数が4, 5, 6のみになればよい。
 よって, ⑤の範囲の右端 $\frac{2a+3}{2}$ が6より大きく7以下の値をとればよい。
- すなわち $6 < \frac{2a+3}{2} \leq 7$
 $12 < 2a+3 \leq 14$
 $9 < 2a \leq 11$
- したがって $\frac{9}{2} < a \leq \frac{11}{2}$

(2) $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{1}{10} \geq \frac{x+1}{2} & \dots\dots ① \\ 2x-1 > 2a & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $2x+1 \geq 5(x+1)$
 $2x+1 \geq 5x+5$
 $-3x \geq 4$
 $x \leq -\frac{4}{3}$ ……③

②より $2x > 2a+1$
 $x > \frac{2a+1}{2}$ ……④

条件から, ③, ④の共通範囲が

$\frac{2a+1}{2} < x \leq -\frac{4}{3}$ ……⑤

の形になり, この範囲に含まれる整数が-6, -5, -4, -3, -2のみになればよい。

よって, ⑤の範囲の左端 $\frac{2a+1}{2}$ は, -7以上-6未満の値をとればよい。

すなわち $-7 \leq \frac{2a+1}{2} < -6$
 $-14 \leq 2a+1 < -12$
 $-15 \leq 2a < -13$

したがって $-\frac{15}{2} \leq a < -\frac{13}{2}$

(3) 不等式から $\begin{cases} 7x-7 \leq x-6 & \dots\dots ① \\ x-6 \leq 3x+a & \dots\dots ② \end{cases}$

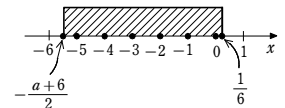
①から $6x \leq 1$ よって $x \leq \frac{1}{6}$ ……①'

②から $-2x \leq a+6$ よって $x \geq -\frac{a+6}{2}$ ……②'

①', ②'の共通範囲は

$-\frac{a+6}{2} \leq x \leq \frac{1}{6}$

x の整数値が6個のとき, 右の図から



$-6 < -\frac{a+6}{2} \leq -5$

各辺に-2を掛けて

$12 > a+6 \geq 10$ すなわち $10 \leq a+6 < 12$

各辺から6を引いて $4 \leq a < 6$

4 [摂南大]

解説

- $6x-4 > 3x+5$ から $x > 3$
 $2x-1 \leq x+a$ から $x \leq a+1$
 ここで, $a \leq 2$ とすると, 連立不等式を満たす整数が5つ存在しない。
 よって $a > 2$
 このとき, 連立不等式の解は $3 < x \leq a+1$
 この不等式を満たす整数がちょうど5個あるための条件は $8 \leq a+1 < 9$
 よって $7 \leq a < 8$
 このとき, 5個の整数は4, 5, 6, 7, 8であるから, 最大のものは7, 最小のものは4である。

5

解説

100円硬貨を兄は30枚、弟は10枚持っているから、兄が弟にx枚与えたとすると、兄は(30-x)枚、弟は(10+x)枚となる。

兄の所持金は弟の所持金の2倍より多いから

$$100(30-x) > 100(10+x) \times 2$$

$$30-x > 20+2x$$

$$-3x > -10$$

$$x < \frac{10}{3}$$

xは硬貨の枚数で、自然数であるから x=1, 2, 3

このとき、30-x, 10+xも自然数となり、問題に適する。

よって、求める金額は 100円 または 200円 または 300円

6

解説

大人がx人入場できるとすると 450x+200×40≤20000

$$45x+800 \leq 2000$$

$$45x \leq 1200$$

$$x \leq \frac{80}{3}$$

$\frac{80}{3} = 26.6\cdots$ で、 $x \leq \frac{80}{3}$ を満たす最大の自然数xは x=26

これは問題に適している。 答 26人

7 [愛知工業大]

解説

条件を満たすようにx部作成するとする。

1部あたりの作成料は

$$x \leq 300 \text{ のとき } \frac{30000}{x} \geq \frac{30000}{300} = 100 \text{ (円)}$$

$$x > 300 \text{ のとき } \frac{30000+70x-300}{x} \text{ (円)}$$

$$\frac{30000+70(x-300)}{x} \leq 90 \text{ とすると } 30000+70(x-300) \leq 90x$$

これを解くと x≥450

したがって、450部以上作成しなければならない。

8 [武蔵工業大]

解説

大型バスをx台借りるとすると、中型バスは(20-x)台借りることになる。

条件から 80x+60(20-x)≥1500

整理すると 20x≥300 よって x≥15

また、20台のバスの賃貸料は

$$80000x+70000(20-x) \text{ (円) すなわち } 10000x+1400000 \text{ (円)}$$

であるから、xが最小のとき賃貸料は最小となる。

よって、賃貸料の最低額は、x=15のとき1550000円となる。

9

解説

長いすの個数をx個とすると、クラスの生徒の人数は

$$(4x+6) \text{ 人}$$

6人ずつ座ったとき、最後に使った長いすに座っている生徒の人数は

$$(4x+6)-6(x-2)=18-2x \text{ (人)}$$

よって 1≤18-2x≤6

$$-17 \leq -2x \leq -12$$

$$\frac{17}{2} \geq x \geq 6$$

すなわち 6≤x≤ $\frac{17}{2}$

$\frac{17}{2}=8.5$ で、xは自然数であるから x=6, 7, 8

よって、6個または7個または8個

これは問題に適している。

10 [共立女子大]

解説

子どもの人数をxとする。

1人4個ずつ配ると19個余るから、リンゴの総数は 4x+19

1人7個ずつ配ると、最後の子どもは4個より少なくなるから、(x-1)人には7個ずつ配ることができ、残ったリンゴが最後の子どもの分となって、これが4個より少なくなる。

これを不等式で表すと 0≤4x+19-7(x-1)<4

整理して 0≤-3x+26<4

各辺から26を引いて -26≤-3x<-22

各辺を-3で割って $\frac{22}{3} < x \leq \frac{26}{3}$

xは子どもの人数で、自然数であるから x=8

したがって、求める人数は 8人

また、リンゴの総数は 4・8+19=51(個)

11 [神戸薬科大]

解説

10%の食塩水をx(g)混ぜるとする。

これに含まれる食塩は $x \times \frac{10}{100} = \frac{x}{10}$ (g)

また、15%の食塩水1000-x(g)に含まれる食塩は

$$(1000-x) \times \frac{15}{100} = 150 - \frac{3}{20}x \text{ (g)}$$

よって、混ぜ合わせた1000gの食塩水に含まれる食塩は

$$\frac{x}{10} + \left(150 - \frac{3}{20}x\right) = 150 - \frac{x}{20} \text{ (g)}$$

ゆえに、条件から $\frac{12}{100} \leq \frac{150 - \frac{x}{20}}{1000} \leq \frac{13}{100}$

各辺に1000を掛けて $120 \leq 150 - \frac{x}{20} \leq 130$

よって $-30 \leq -\frac{x}{20} \leq -20$ したがって $400 \leq x \leq 600$

ゆえに、400g以上 600g以下にすればよい。

12 [広島文教女子大]

解説

分母をxとすると、分子はx-20(xはx>20の自然数)

よって $0.25 \leq \frac{x-20}{x} < 0.35$

$0.25x \leq x-20$ から $x \geq \frac{20}{0.75} = 26.666\cdots$

$x-20 < 0.35x$ から $x < \frac{20}{0.65} = 30.769\cdots$

よって $26.666\cdots \leq x < 30.769\cdots$ ゆえに x=27, 28, 29, 30

よって、求める分数は $\frac{7}{27}, \frac{8}{28}, \frac{9}{29}, \frac{10}{30}$ のうち、既約分数であるから $\frac{7}{27}, \frac{9}{29}$

13

解説

最初、Aの箱にx個の球を入れたとすると

A, Bの重さを比較して

$$95+12x > 100+12(20-x)$$

整理して $24x > 245$ よって $x > \frac{245}{24}$ ……①

Aの箱から1個減らし、Bの箱に1個増やしたとき

A, Bの重さを比較して

$$95+12(x-1) < 100+12(21-x)$$

整理して $24x < 269$ よって $x < \frac{269}{24}$ ……②

①と②の共通範囲を求めて $\frac{245}{24} < x < \frac{269}{24}$

xは整数であるから x=11

したがって、最初Aの箱に入れた球は11個である。

第5章 不等式 レベルB

1 [2008 広島工業大]

解説

$3x+5>5x-1$ ……①, $5x+2a>4-x$ ……②

(1) ①から $2x<6$ よって $x<3$

(2) ②から $6x>-2a+4$

ゆえに $x>\frac{-a+2}{3}$

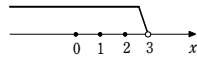
①, ②を同時に満たす整数が存在し, かつそれが自然数のみになる条件は

$0\leq\frac{-a+2}{3}<2$

ゆえに $\frac{-a+2}{3}\geq 0$ から $a\leq 2$

$\frac{-a+2}{3}< 2$ から $a>-4$

よって, 求める a の値の範囲は $-4<a\leq 2$



2 [2014 京都産業大]

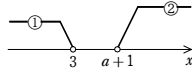
解説

$x-2<\frac{2x-3}{3}$ から $3x-6<2x-3$ よって $x<3$ ……①

$2(x+1)>x+a+3$ から $x>a+1$ ……②

したがって, ①かつ②を満たす実数 x が存在しないための条件は $a+1\geq 3$

ゆえに $a\geq 2$



3 [2007 神戸学院大]

解説

$x>3a+1$ ……①

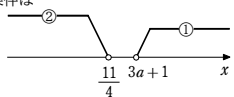
$2x-1>6(x-2)$ から $2x-1>6x-12$

これを解くと $x<\frac{11}{4}$ ……②

(1) ①, ②を同時に満たす x が存在しないための条件は

$\frac{11}{4}\leq 3a+1$

よって $a\geq\frac{7}{12}$



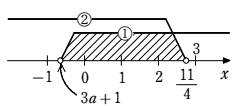
(2) $x=2$ は ②を満たすから, ①が $x=2$ を解にもつ条件を求めて

$2>3a+1$ よって $a<\frac{1}{3}$

(3) $3a+1<x<\frac{11}{4}$ を満たす x の個数が3個,

すなわち整数解が $x=0, 1, 2$ となるための条件は $-1\leq 3a+1<0$

よって $-\frac{2}{3}\leq a<-\frac{1}{3}$



4

解説

A 地点から x 個目のバス停で乗り換えるとすると, バスに乗る距離は $2x$ km, タクシーに乗る距離は $(26-2x)$ km であるから $\frac{2x}{30} + \frac{26-2x}{50} \leq \frac{40}{60}$

これを解くと $x\leq\frac{11}{2}$ ……①

タクシーで走る距離をできるだけ少なくするには, ①を満たす整数 x の最大の値を求めればよい。

したがって $x=5$ これは問題に適する。よって, A 地点から5つ目のバス停で乗り換えればよい。

5

解説

当日の出席者数を x 人とする。

各人600円ずつ集めると, 800円余るから, 会合の総費用は $(600x-800)$ 円 ……①で表される。

550円ずつ集めると, 総費用より300円以上不足するから $(600x-800)-550x\geq 300$ ……②

また, 570円ずつ集めると, 1人だけが460円未満ですむから $(600x-800)-570(x-1)< 460$ ……③

連立不等式②, ③を解く。

②を解くと $60x-80-55x\geq 300$

$5x\geq 110$

$x\geq 22$ ……④

③を解くと $60x-80-57x+57< 460$

$3x< 69$

$x< 23$ ……⑤

④と⑤の共通範囲を求めると $22\leq x< 23$

x は自然数であるから $x=22$

総費用は $x=22$ を①に代入して $600\times 22-800=12400$ (円)

これらは問題に適している。

図 総費用12400円, 出席者数22人

6 [国士館大]

解説

A さんが最初に持っていたボールペンの本数を x 本とすると, B さんが最初に持っていたボールペンの本数は $(52-x)$ 本
条件から

$\begin{cases} x-\frac{1}{3}x>(52-x)+\frac{1}{3}x & \dots\dots ① \\ x-\frac{1}{3}x-3<(52-x)+\frac{1}{3}x+3 & \dots\dots ② \end{cases}$

①から $\frac{4}{3}x>52$ よって $x>39$ ……③

②から $\frac{4}{3}x<58$ よって $x<\frac{87}{2}$ ……④

③と④の共通範囲は $39<x<\frac{87}{2}$ すなわち $39<x<43.5$

最初に A さんが B さんにあげるボールペンの本数 $\frac{x}{3}$ は整数であるから, x は3の倍数

である。

よって $x=42$ したがって, 42本。

7 [国士館大]

解説

赤球が x 個, 白球が y 個とする。

[1] から $y<x<2y$ ……①

[2] から $3x+2y=60$ ……②

②から $y=30-\frac{3}{2}x$ ……③

①に代入すると $30-\frac{3}{2}x<x<60-3x$ よって $12<x<15$

$x=13$ のとき, ③から $y=\frac{21}{2}$ このとき, y が整数でないから不適。

$x=14$ のとき, ③から $y=9$ このとき, y が整数であるから適する。

よって (ア) 9 (イ) 14

8

解説

今日までの打数を x とすると $x>3$ で, 今日までの安打数は $0.375x$ である。昨日までの打率が四捨五入して 0.381 であるから

$0.3805\leq\frac{0.375x-1}{x-3}<0.3815$

$x-3>0$ であるから, 各辺に $x-3$ を掛けて

$0.3805(x-3)\leq 0.375x-1<0.3815(x-3)$

$0.3805(x-3)\leq 0.375x-1$ から $3805(x-3)\leq 3750x-10000$

したがって $55x\leq 1415$

これを解いて $x\leq\frac{283}{11}$ すなわち $x\leq 25+\frac{8}{11}$ ……①

$0.375x-1<0.3815(x-3)$ から $3750x-10000<3815(x-3)$

したがって $-65x<-1445$

これを解いて $x>\frac{289}{13}$ すなわち $22+\frac{3}{13}<x$ ……②

①, ②の共通範囲をとって $22+\frac{3}{13}<x\leq 25+\frac{8}{11}$

x は整数であるから $x=23, 24, 25$

このうち, 安打数 $0.375x$ も整数となるのは $x=24$ のときのみで, その安打数は

$0.375\times 24=9$

したがって 打数24, 安打数9

9 [摂南大]

解説

昨日までの打率が, 小数第4位以下を四捨五入して 0.333 であったから

${}^{\circ}0.3325\leq\frac{y}{x}<{}^{\circ}0.3335$ ……①

②から $y+3=0.4(x+4)$ ゆえに $y=0.4x-1.4$

これを①に代入し, 分母を払うと

$0.3325x\leq 0.4x-1.4<0.3335x$

よって $\begin{cases} 0.0675x\geq 1.4 \\ 0.0665x< 1.4 \end{cases}$ すなわち $\begin{cases} x\geq 20.7\dots\dots \\ x< 21.05\dots\dots \end{cases}$

x は整数であるから $x=21$

よって, 今日までの打数は $21+4=25$

今日までの安打数は, ②から $0.4\times 25=10$

第5章 不等式 レベルC

10

解説

(1) Pが出發してから t 秒後に、Qが第 x 番目の目印に到達したとすると

$$14(t-6)=5x$$

$$\text{これを } t \text{ について解くと } 14t-84=5x$$

$$14t=5x+84$$

したがって $t=\frac{5}{14}x+6$ 図 $(\frac{5}{14}x+6)$ 秒後

(2) Qが第 x 番目の目印に到達したとき、Pが第 x 番目の目印と第 $(x+1)$ 番目の目印

$$\text{の間にいると考えると } 5x < 11\left(\frac{5}{14}x+6\right) < 5(x+1)$$

$$\text{よって } 5x < \frac{55x+924}{14} < 5x+5$$

$$\text{各辺に } 14 \text{ をかけると } 70x < 55x+924 < 70x+70$$

であるから、次の連立不等式を解く。

$$\begin{cases} 70x < 55x+924 & \cdots \cdots ① \\ 55x+924 < 70x+70 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{ を解くと } 15x < 924 \quad \text{よって } x < \frac{924}{15} \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \text{ を解くと } -15x < -854 \quad \text{よって } x > \frac{854}{15} \quad \cdots \cdots ④$$

$$③ \text{ と } ④ \text{ の共通範囲を求めると } \frac{854}{15} < x < \frac{924}{15}$$

$$\frac{854}{15} = 56\frac{14}{15}, \frac{924}{15} = 61\frac{3}{5} \text{ であるから } 56\frac{14}{15} < x < 61\frac{3}{5}$$

x は整数であるから $x=57, 58, 59, 60, 61$

QとPがはじめて隣り合った目印の間にくるのは、このうち最も小さな x の値の場合であるから $x=57$

これは問題に適している。

$$\text{図 } x=57$$

1 [金沢工業大]

解説

$$ax \leq -2x+3 \text{ から } (a+2)x \leq 3$$

$$a+2 > 0 \text{ から } x \leq \frac{3}{a+2} \quad \cdots \cdots ①$$

$$\text{また, } -2x+3 \leq bx+2 \text{ から } 1 \leq (b+2)x$$

$$b+2 > 0 \text{ から } \frac{1}{b+2} \leq x \quad \cdots \cdots ②$$

不等式の解は、①、②の共通範囲であるから

$$\frac{1}{b+2} \leq x \leq \frac{3}{a+2}$$

$$\text{よって } \frac{1}{b+2} = \frac{1}{10}, \frac{3}{a+2} = \frac{1}{5}$$

$$\text{これを解いて } a=13, b=8$$

2 [東北学院大]

解説

80円切手を x 枚、100円切手を y 枚、200円切手を z 枚(ただし、 x, y, z は正の整数)

$$\text{買うとすると } x+y+z=30 \quad \cdots \cdots ①$$

$$x=3z+y \quad \cdots \cdots ②$$

$$80x+100y+200z \leq 3000 \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \text{ を } ① \text{ に代入すると } (3z+y)+y+z=30$$

$$\text{よって } y=-2z+15 \quad \cdots \cdots ④$$

$$④ \text{ を } ② \text{ に代入すると } x=3z+(-2z+15)=z+15 \quad \cdots \cdots ⑤$$

$$④, ⑤ \text{ を } ③ \text{ に代入して } 80(z+15)+100(-2z+15)+200z \leq 3000$$

$$\text{よって } z \leq \frac{15}{4} \quad \text{これを満たす最大の整数 } z \text{ は } z=3$$

$$\text{このとき, } ④, ⑤ \text{ から } x=18, y=9$$

これは、 x, y, z が正の整数であることを満たす。

したがって、80円切手を18枚、100円切手を9枚、200円切手を3枚買えばよい。

3

解説

値上げ後初日に売った個数を x 個、サービスで配った個数を y 個とし、値上げ前の1個

の値段を a 円($a>0$)とする。

$$\text{条件から } a \times (x+y-130) \times 1.65 = 1.1a \times x \quad \cdots \cdots ①$$

$$y = \frac{1}{11}(x+y) \quad \cdots \cdots ②$$

$$① \times \frac{20}{11a} \text{ から } (x+y-130) \times 3 = 2x$$

$$\text{整理すると } x+3y=390 \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \text{ から } x=10y \quad \cdots \cdots ④$$

$$③, ④ \text{ を連立して解くと } x=300, y=30$$

$x=300, y=30$ は問題に適する。

$$\text{したがって, 求める個数は } x+y-130=300+30-130=200 \text{ (個)}$$

4 [摂南大]

解説

商品を x 個購入するとする。

$x \leq 20$ のとき、B店で買った方が安くなるから、以下、 $x > 20$ として考える。

[1] $20 < x \leq 40$ のとき、A店で買った方が安くなるとすると

$$250 \cdot 20 + 250 \cdot \frac{80}{100} \cdot (x-20) < 250 \cdot \frac{95}{100} \cdot x$$

$$\text{よって } 400 + 16(x-20) < 19x \quad \text{ゆえに } x > \frac{80}{3}$$

$$20 < x \leq 40 \text{ との共通範囲は } \frac{80}{3} < x \leq 40$$

x は自然数であるから $27 \leq x \leq 40$

[2] $x > 40$ のとき、A店で買った方が安くなるとすると

$$250 \cdot 20 + 250 \cdot \frac{80}{100} \cdot (x-20) < 250 \cdot \frac{95}{100} \cdot 40 + 250 \cdot \frac{75}{100} \cdot (x-40)$$

$$\text{よって } 400 + 16(x-20) < 760 + 15(x-40) \quad \text{ゆえに } x < 80$$

$x > 40$ との共通範囲は $40 < x < 80$

x は自然数であるから $41 \leq x \leq 79$

[1], [2]から、A店で買った方が安くなるのは、商品を727個以上79個以下購入する場合である。

5 [立教大]

解説

$$(1) 7000x \geq y \quad \cdots \cdots ①$$

$$(2) \text{ 応じてくれたOBは } \frac{100-23}{100}x \text{ 人であるから}$$

$$7000 \times \frac{100-23}{100}x = y - 383000 \quad \cdots \cdots ②$$

$$(3) 2000 \times \left(\frac{100-23}{100}x - 60 \right) < 383000 \quad \cdots \cdots ③$$

$$(4) ② \text{ から } y = 5390x + 383000 \quad ① \text{ に代入すると } 7000x \geq 5390x + 383000$$

$$\text{よって } x \geq 237.8 \quad \cdots \cdots ④$$

$$③ \text{ から } 1540x < 503000 \quad \text{よって } x < 326.6 \quad \cdots \cdots ⑤$$

$$\text{また, } x \text{ の } 23\% \text{ は整数であるから, } \frac{23}{100}x = m \text{ (} m \text{ は整数) とおくと } 23x = 100m$$

23と100は互いに素であるから、 x は100の倍数である。

ゆえに、④、⑤から $x=300$ (人) $\cdots \cdots ⑥$

$$(5) ⑥ \text{ を } ② \text{ に代入すると } y = 2000000 \text{ (円)}$$

$$(6) z = 383000 - 2000 \times \left(\frac{100-23}{100}x - 60 \right) \text{ であるから, } ⑥ \text{ により } z = 41000 \text{ (円)}$$

6 [小樽商科大]

解説

溶液において、Aが a グラム、Bが b グラム入っている状態を $\left(\frac{a}{b}\right)$ と表すこと

にする。甲を x グラム、乙を y グラム混ぜるとする。甲は $\frac{x}{10}\left(\frac{7}{3}\right)$ であり乙は

$\frac{y}{10}\left(\frac{2}{8}\right)$ であり、甲と乙を混ぜると $\left(\frac{7x+2y}{10}, \frac{3x+8y}{10}\right)$ となる。丙はAとBの比が

1:1であるから $\frac{7x+2y}{10} = \frac{3x+8y}{10}$ よって $y = \frac{2}{3}x$

$x \geq 6000, y \leq 5000$ のとき $6000 \leq x \leq 7500$ ゆえに $10000 \leq x+y \leq 12500$

したがって、丙は10000グラム以上12500グラム以下まで作ることが出来る。