1★

	三角柱	四角柱	正四面体	正八面体	正十二面体
頂点の数	6	8	4	6	20
面の数	5	6	4	8	12
辺の数	9	12	6	12	30

2★

(1)　面 ABCD，BCGF，ADHE は正方形であるから，辺 AD と平行な辺は
辺 BC，FG，EH

(2)　辺 EF とねじれの位置にある辺は，EF と同じ平面上にない辺であるから
辺 AD，BC，DH，CG

(3)　$BF \perp AB$，$BF \perp BC$
であるから，辺 BF と面 ABCD は垂直である。
$BF \perp EF$，$BF \perp FG$
であるから，辺 BF と面 EFGH は垂直である。
よって，辺 BF と垂直な面は
面 ABCD，EFGH

(4)　平面 BFHD と平行な辺は，平面 BFHD と交わらない辺であるから
辺 AE，CG

(5)　平行な位置関係にある面は
面 ABCD と EFGH，
面 ABFE と DCGH，
面 ADHE と BCGF
よって　3 組

(6)　直線 AB は，面 BCGF，ADHE のそれぞれと垂直であるから，平面 ABGH と垂直な面は　　面 BCGF，ADHE

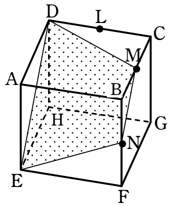
3★★

①　正しい。
②　P と Q は交わる場合があるので，正しくない。
③　ℓ と m は交わる場合もねじれの位置にある場合もあるので，正しくない。
よって，正しいものは　①

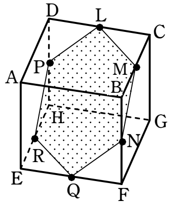
4★★

(1)　切り口は △ACF になる。
面 ABCD，AEFB，BFGC は合同な正方形であるから，対角線 AC，AF，CF の長さは等しい。
よって，切り口は　正三角形

(2)　切り口は四角形 MNED になる。
面 BCGF と面 ADHE は平行であるから
MN∥DE
よって，切り口は　台形
注意　DM＝EN であるから，切り口の台形は等脚台形となる。



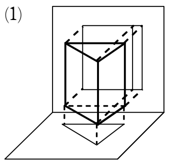
(3)　辺 DH，EF，EH の中点をそれぞれ P，Q，R とすると，切り口は六角形 LMNQRP になる。
△CLM，△BMN，△FNQ，
△ERQ，△HPR，△DLP
は合同な直角二等辺三角形であるから
LM＝MN＝NQ＝QR＝RP＝PL
よって，切り口は　正六角形

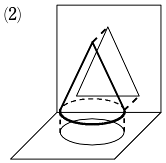


5★★

(1)　正面から見た図は長方形が組み合わさっているから，①～⑦の立体の中では，角柱と考えられる。
真上から見た形が三角形であるから，この立体は三角柱である。
答　⑥

(2)　正面から見た図は三角形であるから，この立体は錐体か三角柱と考えられる。
真上から見た形が円であるから，この立体は円錐である。
答　③

(1)


(2)


6★★

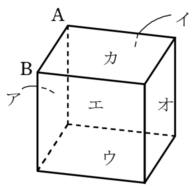
展開図を組み立てると，図のようになる。

(1)　面アと平行になる面は，面アと交わらない面であるから　　面オ

(2)　面ウと垂直になる面は
面ア，イ，エ，オ

(3)　辺 AB と平行になる面は，直線 AB と交わらない面であるから
面ウ，オ

(4)　辺 AB と垂直になる面は
面イ，エ



7★

(1)　底面積は
$\pi \times 5^2 = 25\pi\ (\text{cm}^2)$
側面となる扇形の半径は，円錐の母線の長さに等しく
9 cm
また，扇形の弧の長さは，底面の円周の長さに等しいから
$2\pi \times 5 = 10\pi\ (\text{cm})$
よって，側面積は
$\frac{1}{2} \times 10\pi \times 9 = 45\pi\ (\text{cm}^2)$
したがって，表面積は
$25\pi + 45\pi = 70\pi\ (\text{cm}^2)$

(2)　半径 9 cm の円と半径 5 cm の円の円周の長さの比は
9 : 5
扇形の弧の長さと中心角の大きさは比例するから，側面となる扇形の中心角の大きさは　$360° \times \frac{5}{9} = 200°$

8★

表面積　$4\pi \times 2^2 = 16\pi\ (\text{cm}^2)$

体積　$\frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$

$\boxed{9}$★★

(1)　[1]　表面積について

円柱の底面積は

$\pi\times6^2=36\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

円柱の側面積は

$6\times(2\pi\times6)=72\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

半球の表面積は

$(4\pi\times6^2)\times\dfrac{1}{2}=72\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，求める表面積は

$36\pi+72\pi+72\pi=180\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

[2]　体積について

円柱の体積は

$36\pi\times6=216\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

半球の体積は

$\left(\dfrac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\dfrac{1}{2}=144\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

よって，求める体積は

$216\pi+144\pi=360\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

(2)　[1]　表面積について

底面積は

$\pi\times4^2\times\dfrac{80}{360}=\dfrac{32}{9}\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

側面の曲面の部分の面積は

$9\times\left(2\pi\times4\times\dfrac{80}{360}\right)=16\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，側面積は

$16\pi+(9\times4)\times2=16\pi+72\,(\mathrm{cm}^2)$

したがって，求める表面積は

$\dfrac{32}{9}\pi\times2+(16\pi+72)=\dfrac{208}{9}\pi+72\,(\mathrm{cm}^2)$

[2]　体積について

$\dfrac{32}{9}\pi\times9=32\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

$\boxed{1}$

(1)

	直方体	五角柱	四角錐	四面体	正二十面体
頂点の数	8	10	5	4	12
面の数	6	7	5	4	20
辺の数	12	15	8	6	30

(2)　$v+f-e=2$

（$v+f=e+2$　などでもよい。）

$\boxed{2}$

(1)　面 ABHG，EDJK は長方形で，面 ABCDEF は正六角形であるから，辺 AB と平行な辺は　　　辺 GH，DE，JK

(2)　辺 BC とねじれの位置にある辺は，BC と同じ平面上にない辺であるから

辺 AG，DJ，EK，FL，GH，IJ，JK，LG

(3)　面 ABCDEF と垂直な辺は

辺 AG，BH，CI，DJ，EK，FL

よって　　6 本

(4)　平面 ABJK と平行な辺は，平面 ABJK と交わらない辺であるから

辺 DE，GH

(5)　平行な位置関係にある面は

面 ABCDEF と面 GHIJKL，面 ABHG と面 EDJK，

面 BCIH と面 FEKL，面 CDJI と面 AFLG

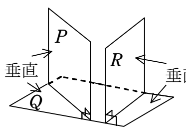
よって　　4 組

(6)　直線 BH は，面 ABCDEF，GHIJKL のそれぞれと垂直であるから，面 BCIH と垂直な面は　　面 ABCDEF，GHIJKL

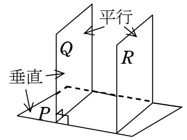
$\boxed{3}$

(1)　×　　(2)　○　　(3)　×　　(4)　×　　(5)　○　　(6)　×

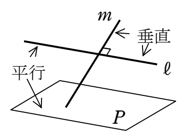
(1)



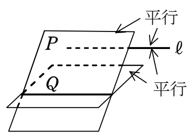
(2)



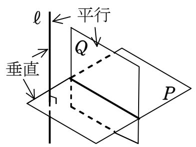
(3)



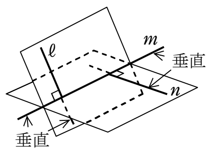
(4)



(5)

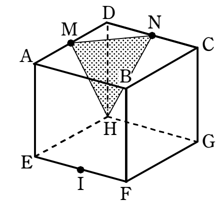


(6)

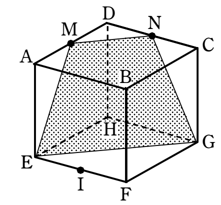


$\boxed{4}$

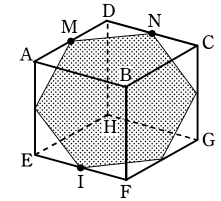
(1)　3 点 M，N，H を通る平面は立方体の 3 つの面と交わるから，切り口は三角形になる。



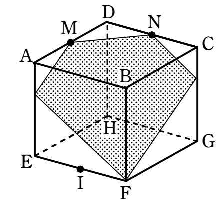
(2)　3 点 M，N，E を通る平面は立方体の 4 つの面と交わるから，切り口は四角形になる。



(3)　3 点 M，N，I を通る平面は立方体の 6 つの面と交わるから，切り口は六角形になる。

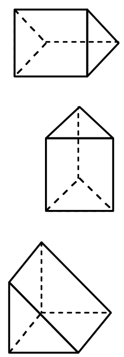


(4)　3 点 M，N，F を通る平面は立方体の 5 つの面と交わるから，切り口は五角形になる。



$\boxed{5}$

ア，イ，ウは右の図のようなときに，投影図としてできる。
どこから見ても，投影図にならないのは
　エ



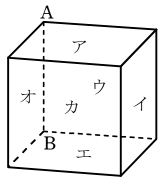
$\boxed{6}$

展開図を組み立てたとき，右の図のようになる。

(1)　面アと平行になる面は
　面エ

(2)　面ウと垂直になる面は
　面ア，イ，エ，オ

(3)　辺 AB と平行になる面は
　面イ，カ



$\boxed{7}$

(1)　側面となる扇形の弧の長さは，底面の円周の長さに等しいから

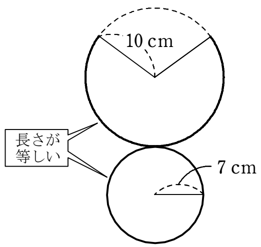
$2\pi\times7=14\pi\,(\mathrm{cm})$

側面積は　$\dfrac{1}{2}\times14\pi\times10=70\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

底面積は　$\pi\times7^2=49\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

したがって，表面積は

$70\pi+49\pi=119\pi\,(\mathrm{cm}^2)$　答



(2)　側面となる扇形の中心角を a° とする。

半径 10 cm の円周の長さは $2\pi\times10\,(\mathrm{cm})$ であり，底面の周の長さが扇形の弧の長さに等しいから　$2\pi\times7=2\pi\times10\times\dfrac{a}{360}$

よって　$a=360\times\dfrac{7}{10}=252$　　答　252°

$\boxed{8}$

(1)　表面積は　$4\pi\times4^2=64\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

体積は　$\dfrac{4}{3}\pi\times4^3=\dfrac{256}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

(2)　表面積は　$4\pi\times3^2=36\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

体積は　$\dfrac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

(3)　直径が 2 cm であるから，半径は 1 cm である。

表面積は　$4\pi\times1^2=4\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

体積は　$\dfrac{4}{3}\pi\times1^3=\dfrac{4}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

(4)　直径が 12 cm であるから，半径は 6 cm である。

表面積は　$4\pi\times6^2=144\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

体積は　$\dfrac{4}{3}\pi\times6^3=288\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

$\boxed{9}$

(1)　できる立体は，半径が 3 cm の半球である。
よって，求める体積は

$\left(\dfrac{4}{3}\pi\times3^3\right)\times\dfrac{1}{2}=18\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

(2)　できる立体は，底面の半径が 4 cm の円，高さが 5 cm の円錐である。
よって，求める体積は

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times4^2\times5=\dfrac{80}{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

$\boxed{1}$

(1)　与えられた条件を満たす平面は
　平面 ABC，ABE，ABD
であるから　3 つ

(2)　与えられた条件を満たす平面は
　平面 ACE
であるから　1 つ

(3)　与えられた条件を満たす平面は
　1 つもない

$\boxed{2}$

(ア)　5　　(イ)　正五　　(ウ)　3

(エ)　1 つの頂点に 3 つの面が集まっているから，頂点の数は

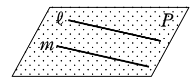
$5\times12\div3=20$

(オ)　1 つの辺に 2 つの面が集まっているから，辺の数は

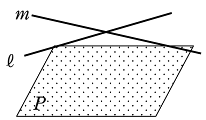
$5\times12\div2=30$

$\boxed{3}$

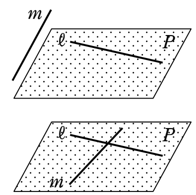
(1)　$\ell /\!/ m$ となる場合がある。



(2)　$m /\!/ P$ となる場合がある。



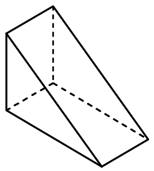
(3)　ねじれの位置となる場合と交わる場合がある。



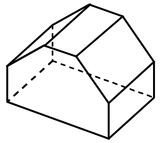
4

投影図で表された立体の見取図は，次のようになる。

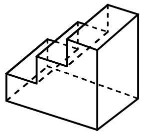
(1)



(2)



(3)



(1)　五面体

(2)　八面体

(3)　十面体

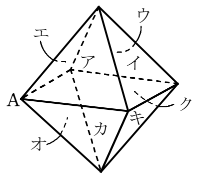
5

(1)　展開図を組み立てたとき，点 C と点 G が重なり，点 D と点 F が重なるから，辺 CD に重なる辺は

　　辺 GF

(2)　展開図を組み立てたとき，右の図のようになるから，点 A に集まる面は

　　面ア，エ，オ，カ



(3)　面イと平行になる面は

　　面オ

6

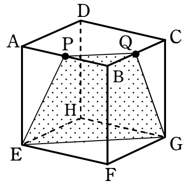
(1)　切り口は三角形になる。

(2)　切り口は四角形になる。

(3)　3 点 M，N，K を通る平面は，辺 BF，DH 上の点をそれぞれ通るから，切り口は五角形になる。

(4)　3 点 M，N，J を通る平面は，辺 DH，FG，GH 上の点をそれぞれ通るから，切り口は六角形になる。

7



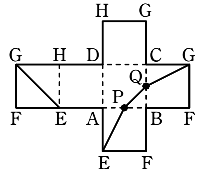
立方体を点 P，Q，E を通る平面で切ったとき，切り口の図形は台形 PQGE である。

切り口の線は，

面 ABCD に線分 PQ，面 ABFE に線分 PE，

面 BCGF に線分 QG，面 EFGH に線分 EG

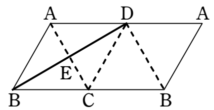
が現れるから，展開図は次のようになる。



8

展開図において，2 点 B，D を結ぶ線のうち，最も長さが短いのは線分 BD である。

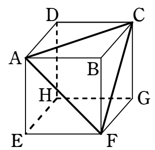
したがって，右の図のように，線分 BD と辺 AC の交点を E とすればよい。

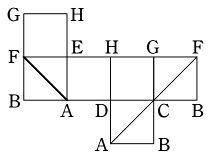


9

右の図のように，立方体の頂点を決めると，その展開図は，次のようになる。

よって，次の図において，残りの線分 AF をかき加えればよい。



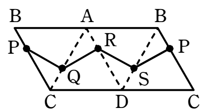


10

(1)　展開図に，辺 BC，CA，AD，DB をそれぞれ 1 : 2 に分ける

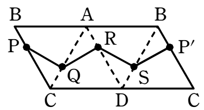
　　点 P，Q，R，S

をとり，線分で結べばよいから，右の図のようになる。



(2)　右の展開図において，2 点 P，P′ を結ぶ線のうち，長さが最小となるのは線分 PP′ である。

よって，線分 PP′ と AC，AD，BD の交点をそれぞれ Q，R，S とすればよい。

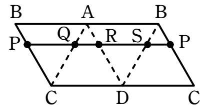


したがって，4 つの線分の長さの和が最小になるのは，展開図において

4 点 P，Q，R，S が一直線上にあるとき，すなわち

$$BP=AQ=AR=BS$$

が成り立つときである。



また，その最小の値は

$$2\times 2=4\,(\mathrm{cm})$$

11

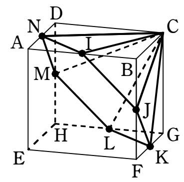
(1)　立方体の各辺の中点を通る平面で切っているから，求める立体の体積は，立方体の体積の半分である。

したがって　$4^3\times\dfrac{1}{2}=32\,(\mathrm{cm}^3)$

(2)　六角錐 C−IJKLMN は，(1) の立体から，3 つの合同な三角錐 C−DMN，C−BIJ，C−KGL を取り除いたものである。

よって，求める体積は

$$32-\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 2^2\right)\times 4\right\}\times 3=24\,(\mathrm{cm}^3)$$



12

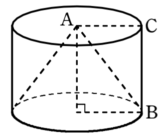
(1)　できる立体は，底面の半径が 2 cm，高さが 3 cm の円錐を 2 つ組み合わせたものである。

よって，求める体積は　$\left(\dfrac{1}{3}\times\pi\times 2^2\times 3\right)\times 2=8\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

(2)　できる立体は，底面の半径が 3 cm，高さが 4 cm の円柱から，底面の半径が 3 cm，高さが 4 cm の円錐を取り除いたものである。

よって，求める体積は

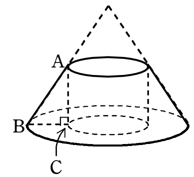
$$\pi\times 3^2\times 4-\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 4=24\pi\,(\mathrm{cm}^3)$$



(3)　できる立体は，底面の半径が 4 cm，高さが 6 cm の円錐から，底面の半径が 2 cm，高さが 3 cm の円錐と底面の半径が 2 cm，高さが 3 cm の円柱を取り除いたものである。

よって，求める体積は

$$\frac{1}{3}\times\pi\times 4^2\times 6-\frac{1}{3}\times\pi\times 2^2\times 3-\pi\times 2^2\times 3=16\pi\,(\mathrm{cm}^3)$$



13

できる立体は，底面の半径が 6 cm，高さが 8 cm の円錐から，底面の半径が 3 cm，高さが 4 cm の円錐を取り除いたものである。

よって，求める体積は

$$\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 8-\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 4=84\pi\,(\mathrm{cm}^3)$$

$\boxed{14}$

(1)　球の体積は　$\frac{4}{3}\pi\times5^3=\frac{500}{3}\pi$ (cm^3)

円柱の体積は　$\pi\times5^2\times10=250\pi$ (cm^3)

よって，球と円柱の体積の比は　$\frac{500}{3}\pi:250\pi=2:3$　答

(2)　球の表面積は　$4\pi\times5^2=100\pi$ (cm^2)

円柱の表面積は　$(\pi\times5^2)\times2+2\pi\times5\times10=150\pi$ (cm^2)

よって，球と円柱の表面積の比は　$100\pi:150\pi=2:3$　答

$\boxed{15}$

曲面の部分の面積は　$(4\pi\times6^2)\times\frac{1}{4}=36\pi$ (cm^2)

平面の部分の面積は　$\pi\times6^2=36\pi$ (cm^2)

よって，求める表面積は　$36\pi+36\pi=72\pi$ (cm^2)

また，求める体積は　$\left(\frac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\frac{1}{4}=72\pi$ (cm^3)

$\boxed{16}$

影をつけた部分を1回転させてできる立体は，ABを直径とする半円を1回転させてできる球から，△ACHと△BCHを1回転させてできる円錐を取り除いたものである。

ABを直径とする半円を1回転させてできる球の体積は

$$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

△ACHと△BCHを1回転させてできる円錐の体積の和は

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times\mathrm{AH}+\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times\mathrm{BH}&=\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times(\mathrm{AH}+\mathrm{BH})\\&=\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times6\\&=8\pi\ (\mathrm{cm}^3)\end{aligned}$$

よって，求める体積は

$$36\pi-8\pi=28\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

$\boxed{17}$［宮城県］

斜線部分を，直線ABを軸として回転させてできる立体は，底面の半径がr cm，高さがr cmの円柱から，半径がr cmの半球を取り除いたものである。

よって，求める立体の体積は

$$\pi\times r^2\times r-\frac{4}{3}\pi\times r^3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\pi r^3\ (\mathrm{cm}^3)$$

$\boxed{1}$

(1)　切り口の3つの辺の長さはすべて等しくなる。

よって，切り口は　正三角形

(2)　面の数は，立方体の面の数と頂点の数の和に等しいから

$6+8=14$

辺の数は，切り口の正三角形が8つあるから

$3\times8=24$

立方体の各辺の中点が頂点になっているから，頂点の数は立方体の辺の数に等しく

12

$\boxed{2}$

正五角形12面の辺の数は　5×12 本

正六角形20面の辺の数は　6×20 本

これらの辺が2本重なって多面体の辺が1本できる。

よって，多面体の辺の数は

$(5\times12+6\times20)\div2=90$

頂点の数は，正五角形の頂点の総数に等しいから

$5\times12=60$

別解　1つの頂点に3つの面が集まっているから，求める頂点の数は

$(5\times12+6\times20)\div3=60$

$\boxed{3}$

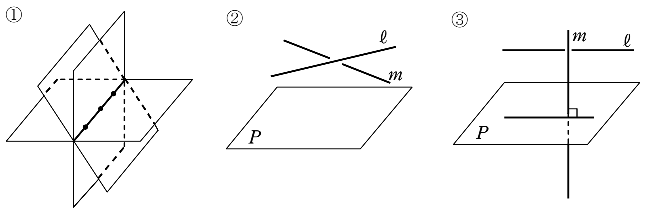
①　3つの点が一直線上にあるとき，その3点を含む平面は無数にある。

よって，正しくない。

②　$\ell \parallel P$ かつ $m\parallel P$ であっても，ℓ と m がねじれの位置にあることがある。

よって，正しくない。

③　正しい

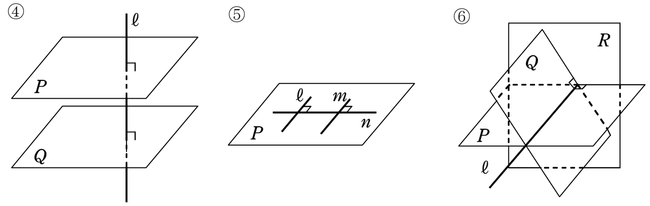


④　正しい

⑤　$\ell \parallel m$ のとき，$\ell\perp n$ かつ $m\perp n$ であって，n が P に含まれていることがある。

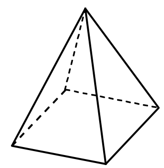
よって，正しくない。

⑥　正しい



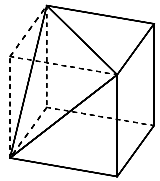
⑦　底面の向かい合う辺は，頂点を共有しないが，ねじれの位置にない。

よって，正しくない。



答　③，④，⑥

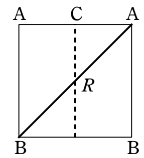
$\boxed{4}$



$\boxed{5}$

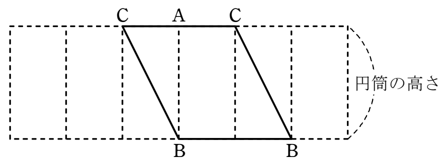
(1)　展開図において，2点A，Bを結ぶ線のうち，最も長さが短いのは線分ABである。

よって，右の図のようになる。



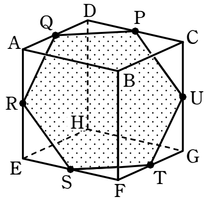
(2)　展開図において，2点C，Bを結ぶ線のうち，最も長さが短いのは線分CBである。

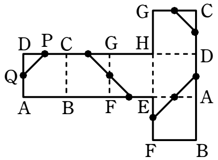
よって，線Sで切り，外側を表にして開いたときの展開図は，右の図のようになる。



6

辺 EF，FG，CG の中点をそれぞれ S，T，U とする。
立方体を
3 点 P，Q，R
を通る平面で切ったとき，切り口の図形は正六角形 PQRSTU である。
切り口の線は，面 ABCD に線分 PQ，
面 AEHD に線分 QR，
面 ABFE に線分 RS，
面 EFGH に線分 ST，
面 BCGF に線分 TU，
面 CDHG に線分 UP
が現れるから，右の図のようになる。

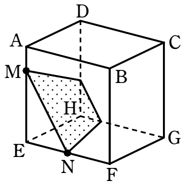


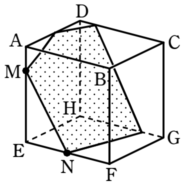


7

(1) $0<t\leqq 4$ のとき，点 P は辺 EH 上にある。
このとき，切り口の図形は △MNP である。
よって　三角形

(2) 点 P が辺 HG 上を動くとき，切り口の図形は，次の図のように変化する。





よって　四角形，五角形

8

5 つの事柄それぞれに当てはまる立体は，次の通りである。
[1] 切り口が円になる可能性のある立体
(A)　①，　④
[2] 切り口が四角形になる可能性のある立体
(B)　②，③，④，⑤，⑥
[3] 切り口が三角形になる可能性のある立体
(B，C，D)　①，②，③，　⑤
[4] 切り口が六角形にはならない立体
(A，F)　①，②，③，④
[5] 切り口が五角形になる可能性のある立体
(D，F)　③，　⑤，⑥

F は [4]，[5] に当てはまるから
F は ③
D は [3]，[5] に当てはまる。また，D は ③ ではないから
D は ⑤
B は [2]，[3] に当てはまる。また，B は ③，⑤ ではないから
B は ②
C は [3] に当てはまる。また，C は ②，③，⑤ ではないから
C は ①
A は [1]，[4] に当てはまる。また，A は ① ではないから
A は ④
残った E は ⑥ になる。
答 A：④，　B：②，　C：①，　D：⑤，　E：⑥，　F：③

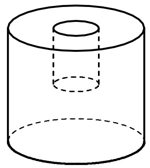
9 ［熊本マリスト学園］

(1) 求める円錐の側面積は
$$\frac{1}{2}\times(2\pi\times3)\times5=15\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$
(2) 大きな円錐の側面積は
$$\frac{1}{2}\times(2\pi\times6)\times10=60\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$
よって，求める立体の側面積は
$$60\pi-15\pi=45\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

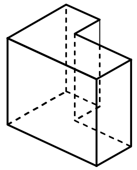
10

投影図で表される立体は，次のようになる。

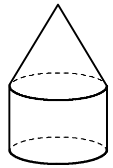
(1)



(2)



(3)



(1) 投影図で表される立体は，底面の半径が 6 cm，高さが 10 cm の円柱から，底面の半径が 2 cm，高さが 5 cm の円柱を取り除いたものである。
よって，求める体積は
$$\pi\times6^2\times10-\pi\times2^2\times5=340\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$
(2) 投影図で表される立体は，底面が縦 7 cm，横 $9-5=4$ (cm) の長方形と，縦 4 cm，横 5 cm の長方形を合わせたもので，高さが 8 cm の角柱である。
よって，求める体積は
$$(7\times4+4\times5)\times8=384\ (\mathrm{cm}^3)$$
(3) 投影図で表される立体は，底面の半径が 3 cm，高さが 4 cm の円柱と，底面の半径が 3 cm，高さが 5 cm の円錐を組み合わせた立体である。
よって，求める体積は
$$\pi\times3^2\times4+\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times5=51\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

11

(1) 円錐の底面の円周の長さは
$$2\pi\times3=6\pi\ (\mathrm{cm})$$
円錐は 6 回転したところで，もとの位置に戻ってきたから，Q 上にえがいた曲線の長さは　$6\pi\times6=36\pi$ (cm)
(2) (1) でえがいた曲線は，点 O を中心とする円周である。
その長さが 36π cm であるから，えがいた円の半径は
$$36\pi\div2\pi=18\ (\mathrm{cm})$$
よって，求める面積は
$$\pi\times18^2=324\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$
(3) (2) で求めた面積は，円錐の側面積の 6 倍にあたるから，円錐の側面積は
$$324\pi\div6=54\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$
円錐の底面積は
$$\pi\times3^2=9\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$
よって，求める表面積は
$$54\pi+9\pi=63\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

12

(1) 立体 F は
底面の半径が 4 cm，高さが 8 cm の円錐から，
底面の半径が 2 cm，高さが 4 cm の円錐と
底面の半径が 4 cm，高さが 1 cm の円錐を
取り除いたものである。
したがって，F の体積は
$$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times8-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times4-\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times1=32\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$
(2) 立体 G は底面の半径が 4 cm，高さが 3 cm の円柱と底面の半径が 4 cm，高さが 1 cm の円錐を組み合わせたものから，底面の半径が 2 cm，高さが 4 cm の円錐を取り除いたものである。
したがって，G の体積は
$$\pi\times4^2\times3+\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times1-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times4=48\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$
よって　(F の体積)：(G の体積)$=32\pi:48\pi=2:3$

13

$BQ=4\div2=2$ (cm)
$AR=BS=6\div2=3$ (cm)
三角柱 ABCDEF の体積は
$$\frac{1}{2}\times2\times4\times6=24\ (\mathrm{cm}^3)$$
P を通り面 BCFE に平行な平面と，辺 AB，RS との交点を，それぞれ G，H とする。
このとき，
$BG=SH=1$ cm，$PG=2$ cm，$GH=3$ cm
である。
三角柱 PGHQBS の体積は
$$\frac{1}{2}\times2\times3\times1=3\ (\mathrm{cm}^3)$$
四角錐 P−ARHG の体積は
$$\frac{1}{3}\times(3\times1)\times2=2\ (\mathrm{cm}^3)$$
よって，求める体積は
$$24-3-2=19\ (\mathrm{cm}^3)$$

$\boxed{14}$

(1)　線分 IJ とねじれの位置にある辺は，IJ と同じ平面上にない辺であるから

辺 AD，BC，CD，EH，FG，GH，DH，CG

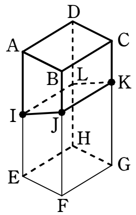
(2)　$AI=6\div2=3\,(\mathrm{cm})$

$BJ=CK=6\div3=2\,(\mathrm{cm})$

3 点 I，J，K を通る平面と辺 DH の交点を L とする。

IL∥JK であるから

$DL=AI=3\,(\mathrm{cm})$



小さい方の立体は，底面が上底 2 cm，下底 3 cm，高さ 2 cm の台形で，高さが 3 cm の四角柱である。

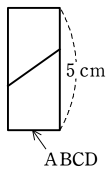
よって，求める体積は

$$\left\{\frac{1}{2}\times(2+3)\times2\right\}\times3=15\,(\mathrm{cm}^3)$$

$\boxed{別解}$　小さい方の立体を 2 つ組み合わせると，底面が長方形 ABCD，高さが 5 cm の直方体ができる。

求める体積はこの直方体の体積の半分であるから

$$2\times3\times5\div2=15\,(\mathrm{cm}^3)$$



$\boxed{15}$

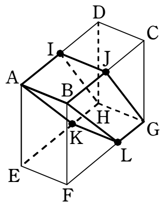
$AI=BJ=12\div2=6\,(\mathrm{cm})$

$KH=LG=12\div3=4\,(\mathrm{cm})$

よって，A，B，J，I，K，L，G，H を頂点とする立体は，底面が四角形 BJGL，高さが AB の四角柱である。

すなわち，底面が上底 6 cm，下底 4 cm，高さ 10 cm の台形で，高さが 6 cm の四角柱であるから，その体積は

$$\left\{\frac{1}{2}\times(6+4)\times10\right\}\times6=300\,(\mathrm{cm}^3)$$



一方，もとの直方体の体積は

$$6\times12\times10=720\,(\mathrm{cm}^3)$$

したがって　$\dfrac{300}{720}=\dfrac{5}{12}$ (倍)

$\boxed{16}$

円柱の底面の半径を r とする。

(1)　円錐の体積は　$\dfrac{1}{3}\times\pi r^2\times2r=\dfrac{2}{3}\pi r^3$

球の体積は　$\dfrac{4}{3}\pi r^3$

円錐の体積は，円柱の体積の $\dfrac{1}{3}$ 倍であるから

$$216\pi\times\frac{1}{3}=72\pi\,(\mathrm{cm}^3)$$

球の体積は，円錐の体積の 2 倍であるから

$$72\pi\times2=144\pi\,(\mathrm{cm}^3)$$

(2)　円柱の表面積は　$\pi r^2\times2+2\pi r\times2r=6\pi r^2$

球の表面積は　$4\pi r^2$

よって，球の表面積は　$144\pi\times\dfrac{4\pi r^2}{6\pi r^2}=96\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

$\boxed{17}$

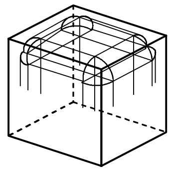
立方体の内部で球が動き回ることができる部分は，次の 4 種類の立体に分割できる。

① 半径 1 cm の球を 8 分割したもの

② 半径 1 cm，中心角 90° の扇形を底面とする，高さ 3 cm の柱体

③ 1 辺が 3 cm の正方形を底面とする，高さ 1 cm の直方体

④ 1 辺が 3 cm の立方体



① が 8 個，　② が 12 個，

③ が 6 個，　④ が 1 個

あるから，求める体積は

$$\frac{4}{3}\pi\times1^3\times\frac{1}{8}\times8+\pi\times1^2\times\frac{90}{360}\times3\times12+3^2\times1\times6+3^3=\frac{31}{3}\pi+81\,(\mathrm{cm}^3)$$

$\boxed{1}$

(1)　立方体は，1 つの頂点に 3 つの正方形が集まっている。

（1 つの頂点に集まる角の和　$90^\circ\times3=270^\circ<360^\circ$）

1 つの頂点に 4 つの正方形が集まると，角の和は $90^\circ\times4=360^\circ$ となり，平面になってしまう。

よって，1 つの頂点に 4 つ以上の正方形が集まるような正多面体はできない。

したがって，各面が正方形である正多面体は，立方体以外にはない。

(2)　正十二面体は，1 つの頂点に 3 つの正五角形が集まっている。

（1 つの頂点に集まる角の和　$108^\circ\times3=324^\circ<360^\circ$）

$108^\circ\times4=432^\circ$ であるから，1 つの頂点に 4 つ以上の正五角形が集まることはできない。

したがって，各面が正五角形である正多面体は，正十二面体以外にはない。

$\boxed{2}$

(1)　3 点 A，R，S で定まる平面に点 E は含まれないから，直線 ES は平面 ARS 上にはない。

よって，2 直線 AR，ES はねじれの位置にある。

(2)　①　当てはまる直線は

BP，　BQ，　BS，　BT，　BU，
CP，　CQ，　CS，　CT，　CU，
DP，　DQ，　DS，　DT，　DU，
EP，　EQ，　ES，　ET，　EU，
FP，　FQ，　FS，　FT，　FU

よって　25 本

②　3 点 A，B，R で定まる平面は，AB∥UR から，点 U を含むことがわかる。

この平面に含まれる 2 直線 AR，BU は平行ではないから，1 点で交わる。

同様に，3 点 A，C，R で定まる平面は，AC∥PR から，点 P を含むことがわかる。

この平面に含まれる 2 直線 AR，CP は平行ではないから，1 点で交わる。

さらに，3 点 A，D，R で定まる平面は，AD∥QR から，点 Q を含むことがわかる。

この平面に含まれる 2 直線 AR，DQ は平行ではないから，1 点で交わる。

直線 BU，CP，DQ 以外には，直線 AR と交わる直線はない。

よって　3 本

③　3 点 A，F，R で定まる平面は，AF∥RS から，点 S を含むことがわかる。

この平面に含まれる 2 直線 AR，FS は平行である。

直線 FS 以外には，直線 AR と平行な直線はない。

よって，② と合わせて，直線 AR と同じ平面上にある直線は

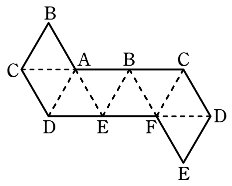
$3+1=4$ (本)

① の 25 本のうち，この 4 本以外のものがねじれの位置にある。

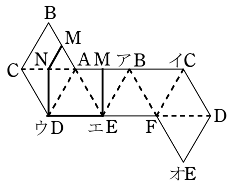
よって　$25-4=21$ (本)

3

(1)　図1の正八面体の展開図は，右のようになる。
よって，頂点Eにあたる点は
エ，オ

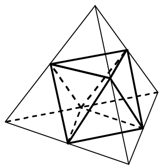


(2)　図2において，辺AB，AC上にそれぞれM，N をとり，右の図のように，
点M，N，ウ(D)，エ(E)，M
を線分で結べばよい。



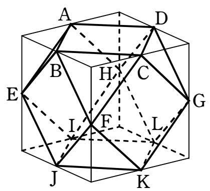
4

(1)　正四面体の1つの角を切り落としたとき，その切り口は，正四面体の辺の長さの $\frac{1}{2}$ の長さを1辺とする，正三角形になる。
一方，正四面体の1つの面に着目したとき，3つの角を切り落としたあとにその面に残る部分は，正四面体の辺の長さの $\frac{1}{2}$ の長さを1辺とする正三角形になる。



このように考えると，正四面体の角を切り落としたときにできる多面体は，8個の合同な正三角形でできた立体であることがわかる。
したがって，できる立体は
正八面体

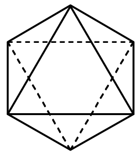
(2)　立方体の角を切り落としたときにできる多面体は，右の図のようになる。
立方体の角を切り落とすと，もとの立方体の1つの頂点につき3本の辺ができる。その辺は，立方体の頂点によって重複しないから，角を切り落としたときにできる多面体の辺の数は
$3\times8=24$(本)



右の図の辺ABに着目して考える。
AB以外の辺に着目しても，立方体を適当に回転させることによって，着目した辺がABの位置にくるようにできるから，ABに着目して問題はない。
24本の辺を分類する。
①　AB自身
②　ABと平行なもの
DC，IJ，LK
③　ABと平行ではないが同じ平面上にあるもの
BC，AD，AE，BE，BF，AH，FK，HL
④　ねじれの位置にあるもの
①，②，③以外の辺
①，②，③の辺は合計で12本ある。
したがって，ねじれの位置にある辺は
$24-12=12$(本)

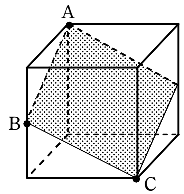
5

正八面体はすべての面が正三角形で構成されており，1つの面を下にして平らな台の上におくと，上面には上下逆向きの正三角形が現れる。
よって平面図は，右の図のように正三角形と正六角形を組み合わせた図形になる。

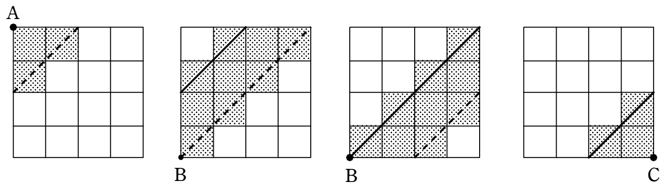


6

大きい立方体を3点A，B，Cを通る平面で切断したとき，切り口は右の図のようなひし形になる。
各段を真上からみたとき，切り口の線は次の図のようになる。ただし，各段の上側の面における切り口の線は実線(——)，下側の面における切り口の線は点線(- - - -)で表している。
また，切断される小さい立方体には，影を付けている。



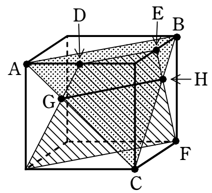
① 1段目　② 2段目　③ 3段目　④ 4段目



よって，切断される小さい立方体は全部で
$3+9+9+3=24$ (個)　ある。
したがって，切断されない小さい立方体の個数は
$64-24=40$ (個)

7

立方体を切ったときにできる平面は，右の図のようになる。
よって，その交線のうち，立方体の内部にある部分は
線分GH



8［福井県］

(1)　4番目の立体の表面積は
$4\times4\times2+1\times4\times4=48$ (cm^2)

(2)　n 番目の立体の表面積は
$n\times n\times2+1\times n\times4=2n^2+4n$ (cm^2)

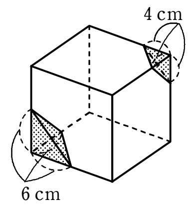
9［東京都］

(1)　∠DAPの大きさは，面DAEHと面AEFBのなす角と同じである。
よって　　∠DAP$=90°$

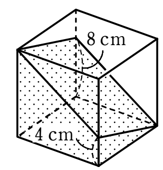
(2)　直線PQと辺BCの交点をRとする。
立体P−AQDは，直方体ABCD−EFGHから三角柱ABR−EFQ，三角柱DCR−HGQ，三角錐P−RDA，四角錐Q−AEHDを除いた図形である。
PはCFの中点であるから
$$PQ=PR=\frac{1}{2}CG=3\ (\text{cm})$$
よって，立体P−AQDの体積は
$$8\times8\times6-\frac{1}{2}\times8\times4\times6-\frac{1}{2}\times8\times4\times6-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times8\times8\times3-\frac{1}{3}\times8\times6\times8$$
$=384-96-96-32-128$
$=32$ (cm^3)

10

(1)　展開図を組み立てたとき，切り落とす立体は
底面が，等しい辺の長さが6 cmの直角二等辺三角形で，
高さが6 cmの三角錐
および，
底面が，等しい辺の長さが4 cmの直角二等辺三角形で，
高さが4 cmの三角錐
となる。
この2つの三角錐は，共通部分をもたない。
よって，求める体積は
$$12^3-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6^2\right)\times6-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4^2\right)\times4=\frac{5044}{3}\ (\text{cm}^3)$$

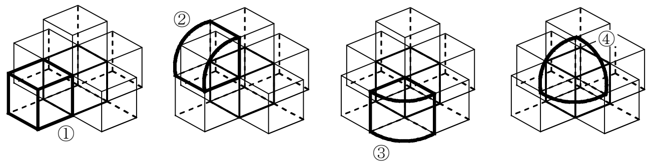


(2)　展開図を組み立てたとき，切り落とす立体は，立方体を半分に切ったものになる。
したがって，求める体積は
$$12^3\times\frac{1}{2}=864\ (\text{cm}^3)$$



11［難］

線分 PQ が通過してできる立体を，いくつかの立体に分割する。



立方体 B について，平面 A と接していない 5 つの面に対してそれぞれ 1 つずつ，立方体 B と合同な立方体ができる。（図の ①）

また，図の ② のように，「半径が 1，中心角の大きさが 90° のおうぎ形」を底面とする高さ 1 の柱体が 4 つできる。

図の ③ の立体も 4 つできるが，これは図の ② の立体と合同である。

さらに，図の ④ のような，「半径が 1 の球を 8 等分した立体」が 4 つできる。

以上のことから，求める立体の体積は

$$(1\times1\times1)\times5+\left(1\times1\times\pi\times\frac{90}{360}\right)\times8+\left(\frac{4}{3}\pi\times1^3\times\frac{1}{8}\right)\times4=5+2\pi+\frac{2}{3}\pi$$
$$=5+\frac{8}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$