1 ★★

AD∥BC であるから

△ABE＝△DBE　…… ①

BD∥EF であるから

△DBE＝△DBF　…… ②

①，②より　△ABE＝△DBF　…… ③

AB∥DC であるから

△DBF＝△DAF　…… ④

③，④より　△ABE＝△DAF

したがって，△ABE と面積の等しい三角形は

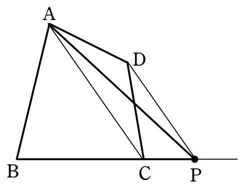
△DBE，△DBF，△DAF

2 ★★

D を通り AC に平行に引いた直線と半直線 BC の交点を P とする。

このとき，四角形 ABCD の面積と △ABP の面積は等しくなる。

このことを確かめる。



AC∥DP から　　△DAC＝△PAC

この両辺に △ABC の面積を加えると

△DAC＋△ABC＝△PAC＋△ABC

すなわち　(四角形 ABCD の面積)＝△ABP

したがって，D を通り AC に平行に引いた直線と半直線 BC の交点を P とすればよい。

3 ★★

(1)　辺 BC が最も大きい辺であるから，最も大きい角は　∠A

(2)　辺 CA が最も小さい辺であるから，最も小さい角は　∠B

(3)　$\angle C = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ)$

$= 80^\circ$

よって，∠C が最も大きい角であるから，最も大きい辺は　辺 AB

(4)　$\angle B = 180^\circ - (40^\circ + 50^\circ)$

$= 90^\circ$

よって，∠A が最も小さい角であるから，最も小さい辺は　辺 BC

4 ★★★

(1)　$|5-7|=2$，$5+7=12$ であるから，$|5-7|<10<5+7$ は成り立つ。

よって，3 辺の長さが 5 cm，7 cm，10 cm である三角形は存在する。

(2)　$|15-8|=7$，$15+8=23$ であるから，$|15-8|<6<15+8$ の

$|15-8|<6$ が成り立たない。

よって，3 辺の長さが 15 cm，8 cm，6 cm である三角形は存在しない。

(3)　$|4-9|=5$，$4+9=13$ であるから，$|4-9|<14<4+9$ の

$14<4+9$ が成り立たない。

よって，3 辺の長さが 4 cm，9 cm，14 cm である三角形は存在しない。

(4)　$|7-9|=2$，$7+9=16$ であるから，$|7-9|<12<7+9$ は成り立つ。

よって，3 辺の長さが 7 cm，9 cm，12 cm である三角形は存在する。

5 ★★★

線分 AD は ∠A の二等分線であるから

∠BAD＝∠DAC　…… ①

△ADC において，内角と外角の関係から

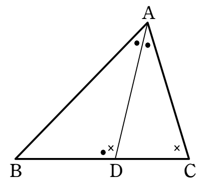
∠ADB＝∠C＋∠DAC　…… ②

①，② から　∠ADB＝∠C＋∠BAD

よって　∠ADB＞∠BAD

したがって，△ABD において，辺と角の大小関係から

AB＞BD　終



1

AB∥DC であるから

△ACE＝△ADE　…… ①

AC∥EF であるから

△ACE＝△ACF　…… ②

AD∥BC であるから

△ACF＝△DCF

② から　△ACE＝△DCF　…… ③

①，②，③ から，△ACE と面積の等しい三角形は

△ADE，△ACF，△DCF

2

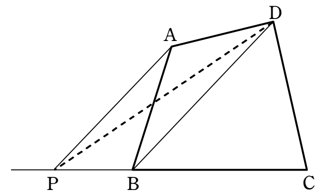
点 A を通り，対角線 DB に平行な直線を引き，辺 CB の延長との交点を P とする。

このとき，AP∥DB であるから

△DBA＝△DBP

△DPC＝△DBC＋△DBP

＝△DBC＋△DBA



よって，△DPC の面積は四角形 ABCD の面積に等しい。

したがって，上のような方法で点 P の位置をとればよい。

3

(1)　辺 AB が最も大きい辺であるから，最も大きい角は　∠C

(2)　辺 CA が最も小さい辺であるから，最も小さい角は　∠B

(3)　$\angle C = 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ) = 50^\circ$

よって，∠B が最も大きい角であるから，最も大きい辺は　辺 CA

(4)　$\angle A = 180^\circ - (65^\circ + 75^\circ) = 40^\circ$

よって，∠A が最も小さい角であるから，最も小さい辺は　辺 BC

4

(1)　$5<7$，$6<7$ で，$5+6>7$ であるから，5 cm，7 cm，6 cm を 3 辺の長さとする三角形は存在する。

(2)　$5<12$ で，$5+5<12$ であるから，12 cm，5 cm，5 cm を 3 辺の長さとする三角形は存在しない。

(3)　$3<12$，$9<12$ で，$3+9=12$ であるから，3 cm，9 cm，12 cm を 3 辺の長さとする三角形は存在しない。

(4)　$8<15$，$9<15$ で，$8+9>15$ であるから，8 cm，15 cm，9 cm を 3 辺の長さとする三角形は存在する。

5

AB＞AC であるから　∠C＞∠B

また　∠APB＝∠C＋∠PAC＞∠C

よって　∠APB＞∠B

ゆえに，△ABP において　AB＞AP

1

AD∥BC であるから

$\triangle GFD=\triangle GED$

よって　$\triangle AEG+\triangle GFD=\triangle AEG+\triangle GED$

$=\triangle AED$

$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 5$

$=20\,(\mathrm{cm}^2)$

2

辺 AD を底辺と考えたとき，平行四辺形 ABCD と △ADP の高さは等しい。

よって　$\triangle ADP=\dfrac{1}{2}\times 40$

$=20\,(\mathrm{cm}^2)$

また，PQ＝DQ であるから

$\triangle APQ=\triangle ADQ$

よって　$\triangle APQ=\dfrac{1}{2}\triangle ADP$

$=\dfrac{1}{2}\times 20$

$=10\,(\mathrm{cm}^2)$

3

(ア)　BCF

(イ)　AFD

(ウ)　DEF

4

AC∥EF より　$\triangle ACF=\triangle ACE$　…… ①

AE∥DC より　$\triangle ADE=\triangle ACE$

AD∥FC より　$\triangle CDF=\triangle ACF$　…… ②

①，② より　$\triangle CDF=\triangle ACE$

よって，△ACE と面積が等しい三角形は

△ACF，△ADE，△CDF

5

(1)　DE∥AC より

$\triangle ADE=\triangle CDE$

△ADE と △CDE からそれぞれ △FDE を除くと

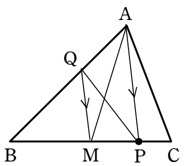
$\triangle ADF=\triangle CEF$

(2)　△ADE と △CDE にそれぞれ △DBE を加えると

$\triangle ABE=\triangle CDB$

6

A と P を線分で結び，M を通って，PA に平行な直線を引いて，辺 AB との交点を Q とすればよい。



証明　AP∥QM であるから

$\triangle PQM=\triangle AQM$

両辺に △QBM を加えると

$\triangle PQB=\triangle ABM$

BM＝MC より，△ABM は △ABC の面積の半分である。

よって，直線 PQ は △ABC の面積を 2 等分する。　終

7

3 辺の長さが x，6，9 である三角形が存在するための条件は

$|6-9|<x<6+9$　　すなわち　$3<x<15$

8

△ABP において，∠ABP＝90° であるから　$\angle APB<\angle ABP$

ゆえに　$AB<AP$

また $\angle ACP<90^\circ$，$\angle APC=\angle ABP+\angle PAB=90^\circ+\angle PAB>90^\circ$ であるから

$\angle ACP<\angle APC$

ゆえに　$AP<AC$

よって　$AB<AP<AC$

1

線分 BE は平行四辺形 ABFE の面積を 2 等分するから

$\triangle ABE=\triangle EBF$　…… ①

AE∥BC であるから　$\triangle ABE=\triangle ACE$　…… ②

EH∥DC であるから　$\triangle DEH=\triangle CEH$

この両辺に △AHE を加えると

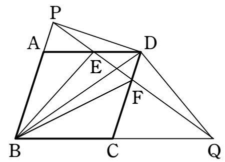
$\triangle AHD=\triangle ACE$　…… ③

①，②，③ から，△ABE と面積が等しい三角形は

△EBF，△ACE，△AHD

2

B と D を結ぶ。



BP∥CD であるから

$\triangle BDF=\triangle PDF$

AD∥BQ であるから

$\triangle BDE=\triangle QDE$

よって

$\triangle BDF+\triangle BDE=\triangle PDF+\triangle QDE$

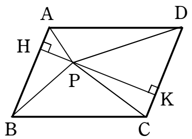
この両辺から △DEF の面積をひくと

$\triangle BEF=\triangle DPQ$

したがって，△DPQ の面積は　$12\,\mathrm{cm}^2$

参考　点 E が辺 AD の中点，点 F が辺 DC の 3 等分点のうちの 1 点である必要はない。

3



証明　P を通り，AB に垂直な直線と AB，CD との交点をそれぞれ H，K とすると

$\triangle PAB+\triangle PCD$

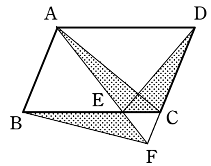
$=\dfrac{1}{2}AB\times PH+\dfrac{1}{2}AB\times PK$

$=\dfrac{1}{2}AB\times(PH+PK)$

$=\dfrac{1}{2}AB\times HK$

$=\dfrac{1}{2}▱ABCD$　終

4



証明　AB∥CF であるから

$\triangle BFC=\triangle AFC$

この両辺から共通の △ECF をひいて

$\triangle BFE=\triangle AEC$　…… ①

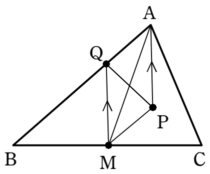
AD∥EC であるから

$\triangle AEC=\triangle DEC$　…… ②

①，② から　$\triangle BFE=\triangle DEC$　終

5

A と P を線分で結び，M を通って，PA に平行な直線を引いて，辺 AB との交点を Q とすればよい。



証明　$AP \parallel QM$ であるから

$\triangle PQM = \triangle AQM$

両辺に $\triangle QBM$ を加えると

四角形 $PQBM = \triangle ABM$

$BM = MC$ より，$\triangle ABM$ は $\triangle ABC$ の面積の半分である。

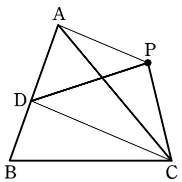
よって，折れ線 MPQ は $\triangle ABC$ の面積を２等分する。　終

6

C を通り AP に平行に引いた直線と辺 AB の交点を D とする。

このとき，四角形 BCPD の面積と $\triangle ABC$ の面積は等しくなる。

このことを確かめる。



$AP \parallel DC$ から

$\triangle ADC = \triangle PDC$

この両辺に $\triangle DBC$ の面積を加えると

$\triangle ADC + \triangle DBC = \triangle PDC + \triangle DBC$

すなわち　$\triangle ABC =$(四角形 BCPD の面積)

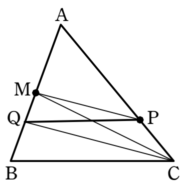
したがって，C を通り AP に平行に引いた直線と辺 AB の交点を D とすればよい。

7

C を通り PM に平行に引いた直線と辺 AB の交点を Q とする。

このとき，線分 PQ は $\triangle ABC$ の面積を２等分する。

このことを確かめる。



$PM \parallel CQ$ より

$\triangle PMC = \triangle PMQ$

であるから

$\triangle ACM = \triangle APQ$

$\triangle ACM$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{2}$ であるから，$\triangle APQ$ の面積も $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{2}$ となる。

したがって，C を通り PM に平行に引いた直線と辺 AB の交点を Q とすればよい。

8

$\triangle PAB$ の３辺の関係から　$AP + BP > AB$　……①

同様に，$\triangle PBC$ について　$BP + CP > BC$　……②

$\triangle PCA$ について　$CP + AP > CA$　……③

①，②，③ の辺々を加えると

$(AP + BP) + (BP + CP) + (CP + AP) > AB + BC + CA$

すなわち　$2(AP + BP + CP) > AB + BC + CA$

1

証明　$AD \parallel FC$ から　$\triangle DCF = \triangle ACF$　……①

$BE \parallel FC$ から　$\triangle ECF = \triangle BCF$　……②

①，② の辺々をたして

$\triangle DCF + \triangle ECF = \triangle ABC$　……③

また，$AD \parallel BE$ から $\triangle DBE = \triangle ABE$ で，共通の $\triangle CBE$ をひいて

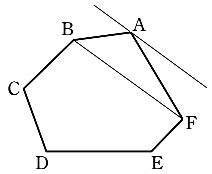
$\triangle DEC = \triangle ABC$　……④

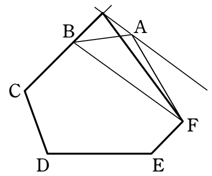
③，④ の辺々をたして　$\triangle DEF = 2\triangle ABC$

よって，$\triangle DEF$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の２倍である。　終

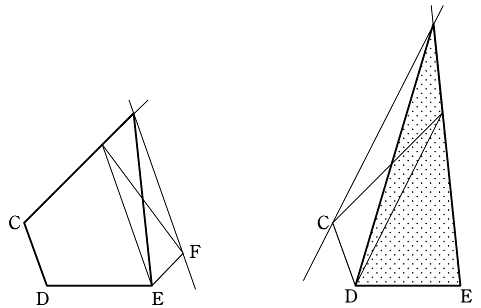
2

①　A を通る BF と平行な直線をひく。　②　$\triangle ABF$ と等しい面積の三角形をかく。





③　同様にして，面積の等しい三角形をかく。



3

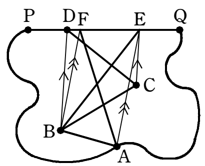
C を通り BD に平行に引いた直線と直線 PQ との交点を E とする。

このとき，$\triangle BCD = \triangle BED$ であるから，この土地の面積は，折れ線 A－B－E によって２等分される。

次に，B を通り AE に平行に引いた直線と直線 PQ との交点を F とする。

このとき，$\triangle ABE = \triangle AFE$ であるから，この土地の面積は，直線 AF によって２等分される。

よって，上のような点 F をとり直線 AF を引けばよいから，右の図のようになる。



4

(1)　(c)

(2)　$AD \parallel NC$ であるから

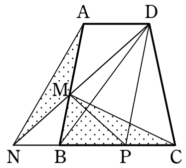
$\triangle ANB = \triangle DNB$

この両辺から $\triangle MNB$ の面積をひくと

$\triangle AMN = \triangle DMB$　……①

ここで，D を通り AB に平行な直線を考える。

$AD < BC$ であるから，この直線は線分 BC と交わり，その交点を P とする。



$AB \parallel DP$ であるから

$\triangle DMB = \triangle MBP$　……②

①，② から

$\triangle AMN = \triangle MBP$　……③

また，　$\triangle MBC = \triangle MBP + \triangle MPC$

$> \triangle MBP$

であるから，③ より

$\triangle AMN < \triangle MBC$

以上から，(c) が正しいことが証明された。

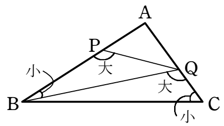
5

２点 B，Q を線分で結ぶ。

$\triangle APQ$ の内角と外角の性質から，$\angle BPQ$ は鈍角である。

よって，$\angle PBQ < \angle BPQ$ であるから

$PQ < BQ$　……①



$\triangle ABQ$ の内角と外角の性質から，$\angle BQC$ は鈍角である。

よって，$\angle BCQ < \angle BQC$ であるから

$BQ < BC$　……②

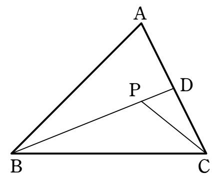
①，② より　$PQ < BC$　終

6

線分 BP の延長と辺 AC の交点を D とする。

$\triangle ABD$ において

$AB + AD > PB + PD$　……①



$\triangle DPC$ において

$DC + PD > PC$　……②

①，② から

$(AB + AD) + (DC + PD) > (PB + PD) + PC$

よって　$AB + AC > PB + PC$

7

(1)　証明　$AB > AC$ ならば　$\angle C > \angle B$　……①

$\triangle APC$ の内角と外角の性質から

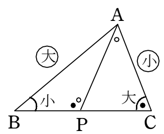
$\angle APB = \angle C + \angle PAC$

したがって　$\angle APB > \angle C$　……②

①，② より　$\angle APB > \angle B$

よって，$\triangle ABP$ において，辺と角の大小関係から

$AB > AP$　終



(2)　証明　$\triangle ABP$ において　$AP < AB + BP$　……③

$\triangle APC$ において　$AP < CA + PC$　……④

③，④ の辺々をたして　$2AP < AB + (BP + PC) + CA$

すなわち　$2AP < AB + BC + CA$　終

8

BA の A を越える延長上に，AC＝AD となるように点 D をとる。

△PAC と △PAD において

AC＝AD，PA は共通，∠PAC＝∠PAD

よって　△PAC≡△PAD

したがって　PC＝PD

また　AB＋AC＝AB＋AD＝BD

△BDP において，BD＜BP＋PD であるから

AB＋AC＜PB＋PC