$\boxed{1}$

長さ 6 の線分 BC を 1 : 5 に内分する点 D をとり，D を通り BC に直交する直線上に点 A を $AD=2\sqrt{6}$ となるようにとる。

このとき，$AB=\boxed{\text{ア}}$，$AC=\boxed{\text{イ}}$ であるから，△ABC の内接円の半径は

$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

内接円が辺 BC，AC に接する点を E，F とすると，$CE=CF=\boxed{\text{カ}}$ であるから，内心 O と頂点 C との距離は $CO=\dfrac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

△CEF の内心と △ABC の内心の間の距離は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

$\boxed{2}$

a を正の実数とする。2 つの放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2-3a$，$y=-\dfrac{1}{2}x^2+2ax-a^3-a^2$ が異なる 2 点で交わるとし，2 つの放物線によって囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。

(1)　a の値の範囲を求めよ。

(2)　$S(a)$ を a を用いて表せ。

(3)　$S(a)$ の最大値とそのときの a の値を求めよ。

$\boxed{3}$

a，b，c は実数とし，$a<b$ とする。平面上の相異なる 3 点 $A(a,\ a^2)$，$B(b,\ b^2)$，$C(c,\ c^2)$ が，辺 AB を斜辺とする直角三角形を作っているとする。

(1)　a を b，c を用いて表せ。

(2)　$b-a \geqq 2$ が成り立つことを示せ。

(3)　斜辺 AB の長さの最小値と，そのときの A，B，C の座標をそれぞれ求めよ。