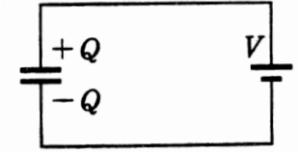


### III. 【コンデンサー】

#### ■コンデンサー■

##### ○コンデンサーの充電

1組の金属板が正，負等の電荷をたくわえる装置をコンデンサーといい，電荷をためることを充電という。1組の導体（極板）が平行な金属板のとき，これを平行板コンデンサーという。



##### ○コンデンサーの電気容量

極板間の電圧  $V$  [V]，電気容量  $C$  [F] とすると，蓄えられる電荷  $Q = CV$  [C]

電気容量  $C$  [F] =  $\epsilon \frac{S}{d}$  ( $S$  : 極板の面積， $d$  : 極板間距離)

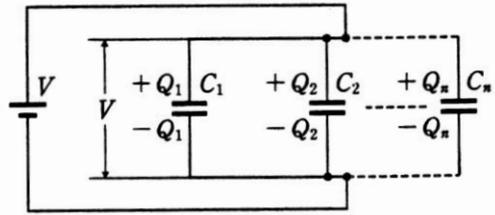
誘電率  $\epsilon = \frac{1}{4\pi k}$  比誘電率  $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$  ( $\epsilon_0$  : 真空の誘電率)

典型的な導入例

○コンデンサーの接続

(i)並列接続のとき

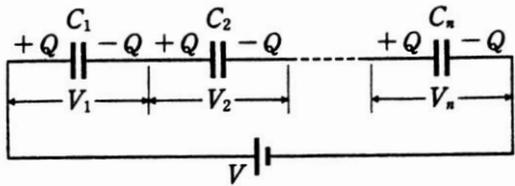
- ・ 電圧が等しい
- ・ 合成容量  $C = C_1 + C_2 + \dots$



(ii)直列接続のとき

“はじめに電荷をもっていないときのみ”

- ・ 電気量が等しい
- ・ 合成容量  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$
- ・ 全電圧  $V = V_1 + V_2 + \dots$



※はじめに電荷を蓄えている場合など⇒電気量保存を用いる。

○コンデンサーに蓄えられるエネルギー

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

○極板間への導体・誘電体の挿入

電気容量は入れる位置によらないので、片側へ寄せてから直列・並列公式を使うとよい。

※導体・誘電体を極板に垂直な方向に移動させても、コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーに変化がないので、導体・誘電体になされた仕事は 0 であり、極板に垂直な方向には力は働かない。これに対し、導体・誘電体の板を極板に平行に挿入すると、静電エネルギーは減少する。⇒外力がする仕事は負である。

○コンデンサーの充電と放電

①充電開始直後：電荷 0 ⇒ 導線とみなす

②充電途中：電荷  $Q$  [C]がある場合、起電力  $\frac{Q}{C}$  [V]の電池とみなす

③充電終了後：抵抗値無限大の抵抗（絶縁体）とみなす

<例題 1 >

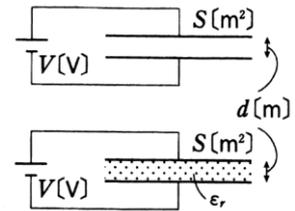
間隔  $d$  [m] に保った極板面積  $S$  [m<sup>2</sup>] の空気コンデンサーを、電圧  $V$  [V] の直流電源に接続する。真空の誘電率を  $\epsilon_0$  [F/m] として、次の問いに答えよ。

(1) 極板にたくわえられた電荷は何 C か。

次に、極板間に比誘電率  $\epsilon_r$  の誘電体をすき間なく入れる。

(2) 電気容量は何 F か。

(3) 誘電体を入れた後の極板の電荷は何 C か。



<例題 2 >

極板の間隔を変えることができる平行板空気コンデンサーの電気容量を  $0.10\mu\text{F}$  にし、 $400\text{V}$  の電源につないで充電した後、電源を切り離す。続いて、極板の間隔を 2 倍に広げた。

(1) はじめにたくわえられていた静電エネルギーは何 J か。

(2) 間隔を広げた後の電気容量は何  $\mu\text{F}$  か。

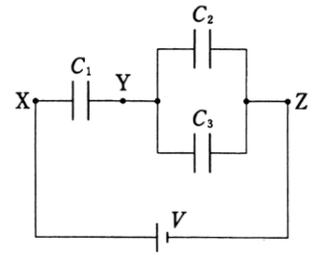
(3) 間隔を広げた後の極板間の電圧は何 V か。

(4) 極板間を広げたことによって静電エネルギーは何 J 変化するか。

<例題 3 >

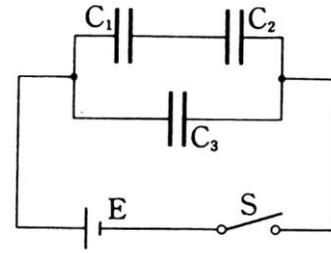
図のように、 $C_1 = 3.0[\mu\text{F}]$ 、 $C_2 = 2.0[\mu\text{F}]$ 、 $C_3 = 4.0[\mu\text{F}]$ のコンデンサーを接続し、 $V = 30[\text{V}]$ の電源につなぐ。各コンデンサーは、はじめ電荷をもっていなかったとして、次の問いに答えよ。

- (1) XZ 間のコンデンサーの合成容量を求めよ。
- (2) YZ 間の電圧を求めよ。
- (3)  $C_1$ 、 $C_2$ にたくわえられる電荷を求めよ。



【1】  $C_1$  ,  $C_2$  ,  $C_3$  は電気容量  $20\mu\text{F}$  ,  $30\mu\text{F}$  ,  $40\mu\text{F}$  のコンデンサー,  $E$  は  $20\text{V}$  の電池,  $S$  はスイッチである。初めすべてのコンデンサーの電荷は  $0$  で, スイッチは開いている。

- (1)  $C_1$  ,  $C_2$  だけの合成容量はいくらか。
- (2)  $C_1$  ,  $C_2$  ,  $C_3$  の合成容量はいくらか。  
次にスイッチを閉じる。
- (3)  $C_1$  および  $C_2$  の両端の電圧はいくらか。
- (4) 各コンデンサーが蓄える電荷はそれぞれいくらか。



【2】それぞれ  $2.0\mu\text{F}$ ,  $3.0\mu\text{F}$ ,  $6.0\mu\text{F}$  の電気容量のコンデンサー  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  を、  
 図1および図2のように接続する。はじめ、どちらの場合にもすべてのコンデンサー  
 に電荷はたくわえられていなかった。

- (1) 図1の場合、AB間の合成容量は何 $\mu\text{F}$ か。  
 (2) 図1の場合、AB間にある電圧をかけたとき  $C_2$  にたくわえ  
 られている電気量は  $30\mu\text{C}$  であった。AB間の電圧は何Vか。  
 (3) このとき、 $C_1$  にたくわえられている静電エネルギーは  
 何  $\text{mJ}$  か。

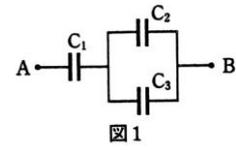


図1

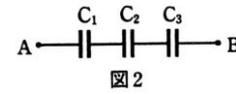


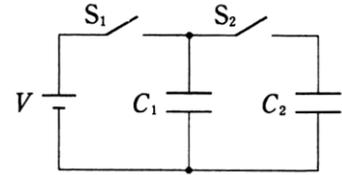
図2

- (4) 図2の場合、AB間に  $12\text{V}$  の電圧をかけたとき、 $C_1$  の極板間の電位差は何Vか。  
 (5)  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  のコンデンサーの耐電圧は、それぞれ  $60\text{V}$ ,  $50\text{V}$ ,  $40\text{V}$  である。  
 図2の場合、AB間にかけることのできる最大の電圧は何Vか。

(1998年 大阪電通大)

<例題 1 >

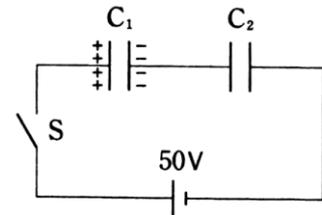
電気容量  $C_1 = 2.0[\mu\text{F}]$ ,  $C_2 = 3.0[\mu\text{F}]$  の 2 つの  
コンデンサーと,  $V = 2.0 \times 10^2[\text{V}]$  の電池, スイッチ  
 $S_1$ ,  $S_2$  で図のような回路をつくる。  $S_1$  を閉じて  $C_1$  を  
充電したのち  $S_1$  を切り, 次に  $S_2$  を閉じて十分に時間  
が経過した。  $C_1$ ,  $C_2$  にたくわえられている電荷は  
それぞれ何 C か。ただし,  $C_1$ ,  $C_2$  ははじめ電荷をもっていなかったものとする。



<例題 2 >

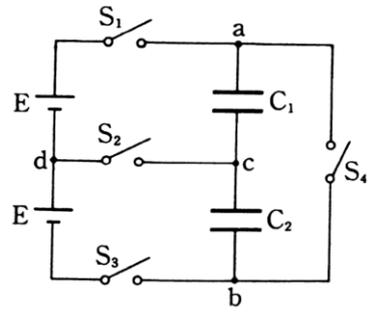
10V で充電された  $3.0[\mu\text{F}]$  のコンデンサー  $C_1$  に,  
充電されていない  $2.0[\mu\text{F}]$  のコンデンサー  $C_2$ ,  
スイッチ  $S$ ,  $50[\text{V}]$  の電池を図のように接続した後,  
スイッチを閉じた。次の問いに答えよ。

- (1)  $C_1$ ,  $C_2$  にたくわられる電荷はそれぞれいくらか。
- (2)  $C_1$ ,  $C_2$  の両端の電圧はそれぞれいくらか。

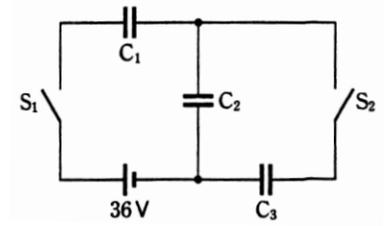


【1】図の回路において、 $C_1 = 6.0[\mu\text{F}]$ 、 $C_2 = 4.0[\mu\text{F}]$ 、 $E = 10[\text{V}]$ で、 $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ 、 $S_4$  はスイッチである。初め、 $C_1$ 、 $C_2$  に電荷はなく、スイッチは全部開かれていた。

- (1) スイッチ  $S_1$ 、 $S_3$  を閉じるとき、 $C_2$  に蓄えられる電荷と  $C_2$  に加わる電圧を求めよ。
- (2) さらに  $S_2$  を閉じるとき、 $S_2$  を流れる電荷はどちら向きに何  $\text{C}$  か。
- (3) (2) の状態で  $S_1$ 、 $S_3$  を開き  $S_4$  を閉じた。 $a$  と  $c$  で電位はどちらがどれだけ高いか。



【2】内部抵抗が無視できる起電力  $36\text{V}$  の電池と、3個のコンデンサー  $C_1$  (容量  $1\mu\text{F}$ )、 $C_2$  (容量  $1\mu\text{F}$ )、 $C_3$  (容量  $2\mu\text{F}$ )、およびスイッチ  $S_1$ 、 $S_2$  を図のように接続した。最初、スイッチは2つとも開いており、3個のコンデンサーすべてに電荷はたくわえられていないとする。

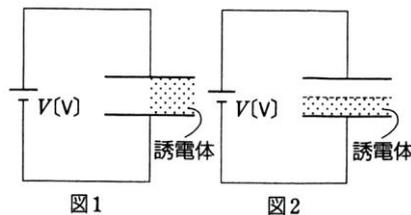


- (1) まず、 $S_1$  を閉じた。このとき  $C_1$  にたくわえられる電荷と  $C_2$  にたくわえられる電荷は等しく、それぞれ  $\boxed{\text{ア}} \times 10^{-6}\text{C}$  である。
- (2) 次に  $S_1$  を開き、 $S_2$  を閉じる。このとき、 $C_1$  にたくわえられていた電荷は放置され、 $C_3$  が充電される。十分時間が経ったあと、 $C_2$  にたくわえられる電荷は  $\boxed{\text{イ}} \times 10^{-6}\text{C}$  で、 $C_3$  にたくわえられる電荷は  $\boxed{\text{ウ}} \times 10^{-6}\text{C}$  となる。
- (3) 続いて、 $S_2$  を開き、 $S_1$  を閉じた。十分時間が経ったとき、 $C_1$  にたくわえられる電荷は  $\boxed{\text{エ}} \times 10^{-6}\text{C}$  で、 $C_2$  にたくわえられる電荷は  $\boxed{\text{オ}} \times 10^{-6}\text{C}$  になる。
- (4) ふたたび  $S_1$  を開き、 $S_2$  を閉じる。十分時間が経ったとき、 $C_2$  にたくわえられる電荷は  $\boxed{\text{カ}} \times 10^{-6}\text{C}$  で、 $C_3$  にたくわえられる電荷は  $\boxed{\text{キ}} \times 10^{-6}\text{C}$  である。
- (5) (3)、(4) の操作を無限にくりかえして行ったとき、 $C_1$  にたくわえられる電荷は  $\boxed{\text{ク}} \times 10^{-6}\text{C}$ 、 $C_2$  にたくわえられる電荷は  $\boxed{\text{ケ}} \times 10^{-6}\text{C}$ 、 $C_3$  にたくわえられる電荷は  $\boxed{\text{コ}} \times 10^{-6}\text{C}$  になる。

(1998年 上智大)

<例題 1>

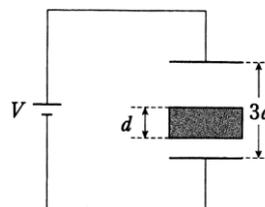
容量  $C$  [F] の極板間が平行な空気コンデンサーに、 $V$  [V] の電池をつなぎ、比誘電率  $\epsilon_r$  の誘電体を極板間に図のように入れる。次の各場合に、コンデンサーにたくわえられる電気量はそれぞれいくらになるか。



- (1) 図 1 のように、極板間の右半分を誘電体で満たした場合。
- (2) 図 2 のように、極板間の下半分を誘電体で満たし、その誘電体の上面を厚さの無視できる金属板でおおった場合。

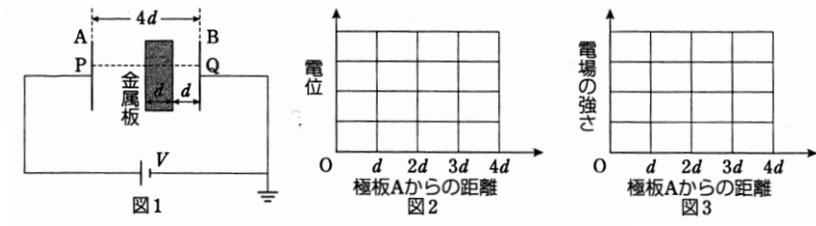
<例題 2>

十分に広い極板面積  $S$  をもつ平行板コンデンサーが空気中にある。極板間隔を  $3d$  にして、図のように極板と同じ面積  $S$  で厚さ  $d$  の金属板を極板に平行に挿入した。金属板を挿入する前の電気容量  $C$ 、および挿入した後の電気容量  $C'$  を求めよ。ただし、空気の誘電率を  $\epsilon_0$  とする。



【1】図1のように、極板の間隔が  $4d$  の平行平板コンデンサーがある。極板 B は接地されており、AB 間には起電力  $V$  の電源が接続されている。いま、帯電していない厚さ  $d$  の金属板を図の位置に入れた。次の問いに答えよ。

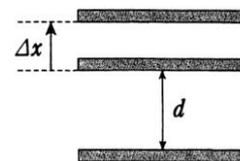
- (1) 点線 PQ にそった電位の様子を図2に記入せよ。電位は  $V$  を用いて表せ。
- (2) 点線 PQ にそった電場の強さを、 $P \rightarrow Q$  の向きを正として図3に記入せよ。電場の強さは  $d, V$  を用いて表せ。
- (3) コンデンサーにたくわえられる電気量は、金属板を入れる前の何倍になるか。



<重要例題>

電気容量  $C$ 、極板間隔  $d$  の平行板コンデンサーがある。  
両極板には  $\pm Q$  の電荷がたくわえられている。極板間の電場  
は一様であるものとして、次の問いに答えよ。

- (1) コンデンサーがたくわえている静電エネルギーを求めよ。
- (2) 極板の距離を  $\Delta x$  だけ引き離す。引き離した後の静電エネルギーを求めよ。
- (3) 両極板間にはたらく引力を求めよ。



【1】次の□に適切な数式を入れよ。

図1のように、真空中に2枚の正方形の極板を置いて平行板コンデンサーを作った。極板の1辺の長さを  $a$  [m]、極板間隔を  $d$  [m]、真空中の誘電率を  $\epsilon_0$  [F/m] とする。

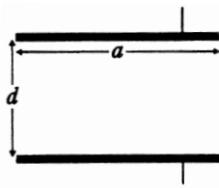


図1

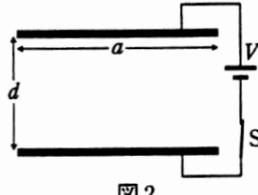


図2

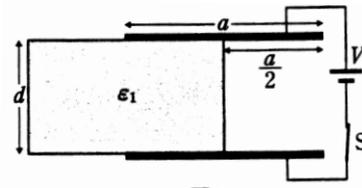


図3

このコンデンサーの電気容量は  $C =$  □ ア □ [F] である。

図2のように、このコンデンサーに  $V$  [V] の電圧を加えた。このときにコンデンサーにたくわえられる静電エネルギーは  $U =$  □ イ □ [J] である。

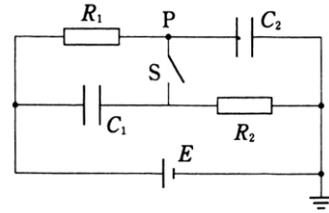
図2の回路で、スイッチ  $S$  を切り、上の極板をゆっくり引き上げ、極板間隔を  $d_1$  [m] とした ( $d_1 > d$ )。このときの静電エネルギーを  $U_1$  [J] とすると、 $\Delta U_1 = U_1 - U$  は、□ ウ □ [J] となる。

一方、図2の回路で、スイッチ  $S$  を入れたまま、上の極板をゆっくり引き上げ、極板間隔を  $d_2$  [m] とした ( $d_2 > d$ )。このときの静電エネルギーを  $U_2$  [J] とすると、 $\Delta U_2 = U_2 - U$  は、□ エ □ [J] となる。

図3のように、極板間の空間と同じ大きさの誘電体 (誘電率  $\epsilon_1$  [F/m]) を用意し、スイッチ  $S$  を入れた状態で、誘電体をゆっくり入れた。誘電体を半分入れたときの静電エネルギーは  $U_3 =$  □ オ □ [J] となる。このときに誘電体は、引き込まれる向きの力を受ける。その力の大きさ  $F$  [N] は、誘電体を動かすのに必要な仕事から求めることができ、 $F =$  □ カ □ [N] となる。

<例題 1>

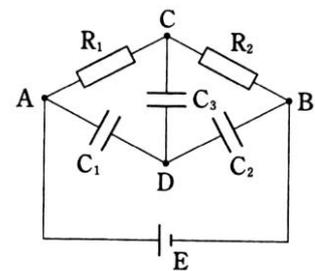
電気容量  $C_1$ ,  $C_2$  のコンデンサー, 抵抗値  $R_1$ ,  $R_2$  の抵抗, 内部抵抗の無視できる起電力  $E$  の電池およびスイッチ  $S$  を図のように接続する。次の各場合にコンデンサー  $C_1$ ,  $C_2$  にたくわえられている電気量および点  $P$  の電位はそれぞれいくらか。



- (1) スイッチ  $S$  が開いているとき。
- (2) スイッチ  $S$  を閉じて十分に時間が経過したとき。

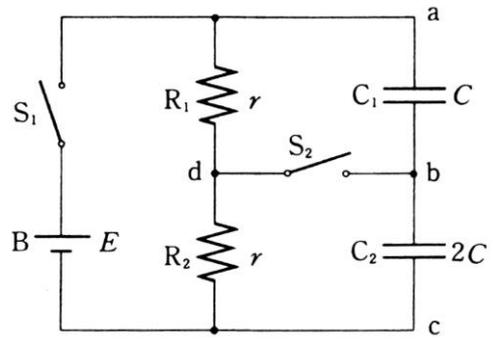
<例題 2>

図の回路において,  $E$  は内部抵抗が無視できる起電力  $9.0V$  の電池,  $R_1$ ,  $R_2$  はそれぞれ  $2.0k\Omega$ ,  $3.0k\Omega$  の抵抗,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  はそれぞれ  $1.0\mu F$ ,  $2.0\mu F$ ,  $3.0\mu F$  のコンデンサーである。はじめ, 各コンデンサーに電荷はなかったものとする。



- (1)  $R_1$  を流れる電流はいくらか。
- (2) 各コンデンサーの  $D$  側の極板の電荷はいくらか。

【1】図のような回路がある。電池  $B$  の起電力は  $E$  [V] で内部抵抗は無視できる。コンデンサー  $C_1$  の電気容量は  $C$  [F] , コンデンサー  $C_2$  の電気容量は  $2C$  [F] である。抵抗  $R_1$  ,  $R_2$  の抵抗値はともに  $r$  [ $\Omega$ ] である。初めに, スイッチ  $S_1$  ,  $S_2$  はともに開いており, また, いずれのコンデンサーにも電荷は蓄えられていないものとして次の各問いに答えよ。



スイッチ  $S_1$  のみ閉じて十分に時間が経過し, 定常状態になった。

- (1) 抵抗  $R_1$  を流れる電流はいくらか。
- (2)  $a-d$  間および  $a-b$  間の電位差  $V_{ad}$  ,  $V_{ab}$  はそれぞれいくらか。  
さらにスイッチ  $S_2$  も閉じて十分に時間が経過し, 定常状態になった。
- (3) コンデンサー  $C_1$  に蓄えられた静電エネルギーはいくらか。
- (4) コンデンサー  $C_2$  に蓄えられた電荷はいくらか。
- (5) コンデンサー  $C_1$  ,  $C_2$  の導線でつながった部分 ( $C_1$  の下の極板,  $C_2$  の上の極板が含まれる) にある電荷の総量はいくらか。

次に, スイッチ  $S_1$  ,  $S_2$  を同時に開いて時間が十分に経過し, 回路に電流が流れなくなった。

- (6)  $a-c$  間および  $b-c$  間の電位差  $V_{ac}$  ,  $V_{bc}$  はそれぞれいくらか。

(1995年 日本大)

【2】 抵抗値  $r$  [ $\Omega$ ]と  $R$  [ $\Omega$ ]の抵抗 1 と抵抗 2, 電気容量が  $C_1$  [F]と  $C_2$  [F]のコンデンサー1 とコンデンサー2, およびスイッチとからなる回路がある。電池の起電力は  $E$  [V]であり, 内部抵抗は無視できる。スイッチを 1 の側に入れてから十分に時間がたった。

(1) コンデンサー1 の極板 A にたくわえられている電気量  $Q$  [C]を求めよ。

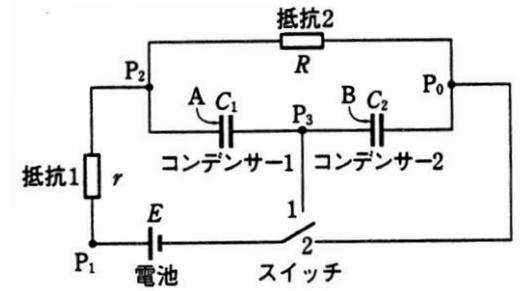
(2) コンデンサー1 にたくわえられているエネルギー  $U$  [J]を求めよ。

つづいて, スイッチを 2 の側に入れてから十分に時間がたった。

(3) 抵抗 2 の両端の電位差  $V$  [V]を求めよ。

(4) 抵抗 2 の消費電力は, 抵抗値  $R$  がいくらかあるとき最大になるか。また, そのときの消費電力  $P$  [W]を求めよ。

(5)  $C_1 = C$ ,  $C_2 = 4C$  として, コンデンサー1 の極板 A にたくわえられている電気量  $Q_1$  [C]およびコンデンサー2 の極板 B にたくわえられている電気量  $Q_2$  [C]を求めよ。



(2000年 福井大)