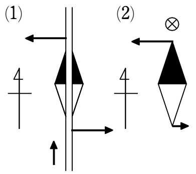
1 直線電流がつくる磁場

解答　(1)　西の向きへ動く　　(2)　西の向きへ動く

指針　右ねじの法則を用いて，直線電流が周囲につくる磁場から磁極が受ける力の向きを考える。

解説　(1)　右ねじの法則より，**西の向き**へ動く。
(2)　右ねじの法則より，**西の向き**へ動く。



2 直線電流の磁場の合成

解答　(ア)　(g)　　(イ)　$\dfrac{\sqrt{3}I_B}{4\pi r}$　　(ウ)　(b)　　(エ)　$\dfrac{4}{3}$

指針　直線電流がつくる磁場の向きは，右ねじの進む向きを電流の向きにあわせたときの右ねじの回る向きとなる(右ねじの法則)。
(エ)　$\overrightarrow{H_A}$ と $\overrightarrow{H_B}$ の合成磁場の向きが (d) のとき，$\overrightarrow{H_A}$ と $\overrightarrow{H_B}$ の (d) に垂直な成分の和は 0 になる。

解説　(ア)　右ねじの法則より，$\overrightarrow{H_A}$ の向きは　**(g)**

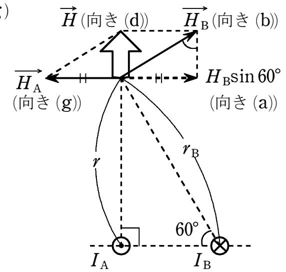
(イ)　PB 間の距離を r_B とする。右図より

$$\frac{r}{r_B}=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

ゆえに　$r_B=\dfrac{2}{\sqrt{3}}r$

よって，直線電流がつくる磁場の式より

$$H_B=\frac{I_B}{2\pi r_B}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}I_B}{4\pi r}}$$



(ウ)　$\overrightarrow{H_B}$ の向きは，右ねじの法則より　**(b)**

(エ)　このとき，向き (d) に垂直な方向 ((a)(g) 方向) の $\overrightarrow{H_A}$ と $\overrightarrow{H_B}$ の成分の和は 0 となるから　$H_B\sin 60°-H_A=0$　　よって　$H_B=\dfrac{2}{\sqrt{3}}H_A$ [1]←

H_A，H_B の値を代入して　$\dfrac{\sqrt{3}I_B}{4\pi r}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\left(\dfrac{I_A}{2\pi r}\right)$

ゆえに　$I_B=\dfrac{4}{3}I_A$　　よって，(エ) の答え　$\boldsymbol{\dfrac{4}{3}}$

←[1]　別解　図より　$\dfrac{H_A}{H_B}=\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

ゆえに　$H_B=\dfrac{2}{\sqrt{3}}H_A$

3 直線電流と円形電流の合成磁場

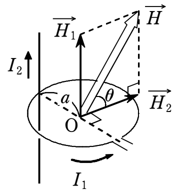
解答　(1)　$\dfrac{1}{2a}\sqrt{I_1{}^2+\dfrac{I_2{}^2}{\pi^2}}$　　(2)　$\dfrac{\pi I_1}{I_2}$

指針　直線電流のまわりには同心円状の磁場ができ，円形電流のまわりにも棒磁石に似た磁場ができる。磁場はベクトル量なので，複数の磁場がつくられる場合，合成してそれぞれの点での磁場を求める。

解説　(1)　円形電流がつくる磁場を $\overrightarrow{H_1}$，直線電流がつくる磁場を $\overrightarrow{H_2}$ とする。$\overrightarrow{H_1}$ と $\overrightarrow{H_2}$ のなす角は直角となるので，合成磁場は三平方の定理より

$$H=\sqrt{H_1{}^2+H_2{}^2}=\sqrt{\left(\frac{I_1}{2a}\right)^2+\left(\frac{I_2}{2\pi a}\right)^2}$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{2a}\sqrt{I_1{}^2+\frac{I_2{}^2}{\pi^2}}}$$



(2)　右図より　$\tan\theta=\dfrac{H_1}{H_2}=\dfrac{I_1/2a}{I_2/2\pi a}=\boldsymbol{\dfrac{\pi I_1}{I_2}}$

4 ソレノイドがつくる磁場

解答　7.5×10^{-3} A

指針　ソレノイドコイルがつくる磁場は，流れる電流を I〔A〕，単位長さ当たりの巻数を n〔/m〕とすると，$H=nI$ となる。

解説　1 m 当たりの巻数は

$$n=\frac{1600}{0.40}=4.0\times10^3\ \mathrm{/m}$$

ゆえに　$I=\dfrac{H}{n}=\dfrac{30}{4.0\times10^3}=7.5\times10^{-3}$ A

よって，電流磁場の向きが地球磁場と逆向きになるようにして，7.5×10^{-3} A の電流を流す。

5 磁場内に斜めに置かれた導線

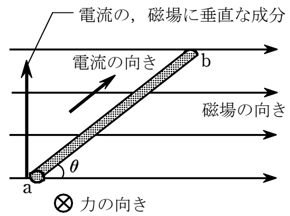
解答　0.30 N，紙面に垂直で表から裏の向き

指針　磁場と電流が垂直でない場合，電流の磁場に垂直な成分が，磁場から力を受ける。磁場と電流がわずかでも角度をなしていれば，必ず力は発生する。

解説　磁場と導線のなす角が θ の場合の電流が磁場から受ける力の式「$F=IBl\sin\theta$」より

$F=2.0\times1.5\times0.20\times\sin 30°$
$=\boldsymbol{0.30\ \mathrm{N}}$

電流の磁場に垂直な成分と磁場の向きから，フレミングの左手の法則より，力の向きは**紙面に垂直で表から裏の向き**。

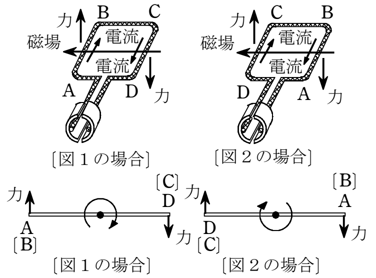


6 モーター

解答　(1)　AB：上向き　　CD：下向き　　(2)　AB：下向き　　CD：上向き
(3)　電流の向きを半周ごとに反転させ，コイルが同じ向きに回転するような力がはたらくようにしている。
(4)　時計回り

指針　磁石の磁場は N 極から S 極へ向かう向きである。コイルを流れる電流の向きは，図 1 では A→B→C→D，図 2 では D→C→B→A の向きである。(1)，(2) では，このことからフレミングの左手の法則を使えばよい。(3) では，このような電流の向きを半周期ごとに反転させるはたらきをしているものは何かを考え，この反転がどんな効果をもたらすかを考えればよい。

解説　(1)　フレミングの左手の法則より
AB：上向き　CD：下向き
(2)　同様にして
AB：下向き　CD：上向き
(3)　**電流の向きを半周ごとに反転させ，コイルが同じ向きに回転するような力がはたらくようにしている。**
(4)　**時計回り**

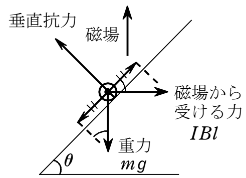


7 斜面レールで静止するパイプ

解答　(1)　a　　(2)　$\dfrac{mg}{Il}\tan\theta$　　(3)　導線を上り始める

指針　傾いた 2 本の導線上で導体が静止するのは，導体にはたらく重力と磁場から受ける力の導線にそった成分がつりあっているためである。

解説　(1)　2 本の導線上でパイプが静止するためには，右図のように磁場から受ける力がはたらかなくてはならない。フレミングの左手の法則より，磁場の向きは鉛直上向きなので **a**



(2)　重力と磁場から受ける力の，導線にそった成分がつりあう。電流が磁場から受ける力の式「$F=IBl$」を利用して

$$mg\sin\theta=IBl\cos\theta\qquad B=\frac{mg\sin\theta}{Il\cos\theta}=\boldsymbol{\frac{mg}{Il}\tan\theta}$$ [1]←

(3)　電源の電圧が大きくなると，パイプに流れる電流も大きくなる。したがって，パイプが磁場から受ける力も大きくなるので，導線にそって上向きの成分が大きくなる。よって，**パイプは導線を上り始める。**

←[1]　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ を利用。

8 平行電流が及ぼしあう力

解答　(1)　8×10^{-7} N　x 軸の負の向き　　(2)　2×10^{-7} T　y 軸の正の向き
(3)　2×10^{-6} N　x 軸の負の向き

指針　与えられた条件から，平行電流が及ぼしあう力 F〔N〕を表す式，および直線電流がつくる磁場の磁束密度 B〔T〕を表す式は，それぞれ次のようになる。

$$F=\frac{\mu I_1I_2}{2\pi r}l=(2\times10^{-7})\times\frac{I_1I_2}{r}l\qquad B=\mu H=\frac{\mu I}{2\pi r}=(2\times10^{-7})\times\frac{I}{r}$$

なお，平行電流が及ぼしあう力は，電流の向きが同じときには引力，反対のときには斥力となる。

解説　(1)　平行電流が及ぼしあう力の式　「$F=\dfrac{\mu I_1I_2}{2\pi r}l$」　より

$I_1=I_2=1$ A，$r=1$ m，$l=1$ m のとき　$F=2\times10^{-7}$ N なので

$$F=(2\times10^{-7})\times\frac{I_1I_2}{r}l\ [\mathrm{N}]\quad\left(\text{ただし}\quad\frac{\mu}{2\pi}=2\times10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}\right)$$

よって，$I_1=4$ A，$I_2=2$A，$r=2$ m，$l=1$ m より

$$F=(2\times10^{-7})\times\frac{4\times2}{2}\times1=\boldsymbol{8\times10^{-7}\ \mathrm{N}}$$

平行電流の向きが反対なので，4 A の電流は **x 軸の負の向き** の力（斥力）を受ける。

(2)　直線電流がつくる磁場の強さ H，および磁束密度 B を表す式より

$$H=\frac{I}{2\pi r},\ B=\mu H=\frac{\mu I}{2\pi r}=(2\times10^{-7})\times\frac{I}{r}\quad\cdots\cdots①$$

電流 I_1，I_2 がそれぞれ点 Q の位置につくる磁場の磁束密度を B_1，B_2 とし，合成磁場の磁束密度を B とする（図 1)。① 式より

$$B_1=(2\times10^{-7})\times\frac{4}{2\sqrt{2}}=2\sqrt{2}\times10^{-7}\ \mathrm{T}$$

$$B_2=(2\times10^{-7})\times\frac{2}{2}=2\times10^{-7}\ \mathrm{T}$$

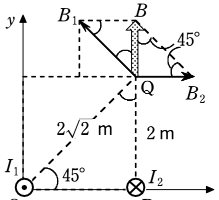


図 1

右ねじの法則より，B_1，B_2 の向きは図 1 に示す向きとなり，B の向きは **y 軸の正の向き** となる。

図より，B の大きさは B_2 に等しいので　$B=\mathbf{2\times10^{-7}\ T}$

(3)　点 Q を通る電流 I（$=10$ A）は，(2) の合成磁場（磁束密度 $B=2\times10^{-7}$ T）から力を受ける。力の向きはフレミングの左手の法則より，**x 軸の負の向き** となる（図 2)。1 m 当たりにはたらく力の大きさ F〔N〕は

$$F=IBl=10\times(2\times10^{-7})\times1$$
$$=\mathbf{2\times10^{-6}\ N}\ ^{[1]\leftarrow}$$

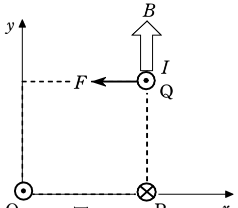
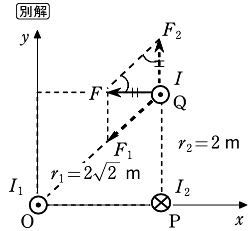


図 2

←[1]　別解



電流 I が 1 m 当たりに受ける力を，電流 I_1 から F_1（引力)，電流 I_2 から F_2（斥力）とする（上図)。

$F_1=(2\times10^{-7})\times\dfrac{II_1}{r_1}\times1$ より　$F_1=2\sqrt{2}\times10^{-6}$ N

同様に　$F_2=2\times10^{-6}$ N

力 F は力 F_1 と F_2 の合力である。

上図より　$F=F_2=\mathbf{2\times10^{-6}\ N}$

9 磁場内の荷電粒子の運動

解答　(1)　紙面の表から裏の向き　(2)　$\dfrac{mv}{eB}$〔m〕　(3)　$\dfrac{2\pi m}{eB}$〔s〕

指針　磁場の中を運動する電子はローレンツ力を受ける。このローレンツ力が向心力となって電子は等速円運動をする。

解説　(1)　フレミングの左手の法則より，磁場の向きは，**紙面の表から裏の向き。**

(2)　電子はローレンツ力「$f=evB$」を受ける。このローレンツ力が向心力となって電子は円運動をする。

等速円運動の運動方程式「$m\dfrac{v^2}{r}=F$」より　$m\dfrac{v^2}{R}=evB$

したがって　$R=\dfrac{\boldsymbol{mv}}{\boldsymbol{eB}}$〔m〕

(3)　等速円運動の周期の式「$T=\dfrac{2\pi r}{v}$」より

$$T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{\boldsymbol{2\pi m}}{\boldsymbol{eB}}\ \text{〔s〕}$$

10 磁場内のイオンの運動

解答　(1)　$\sqrt{\dfrac{2qV}{M_1}}$　(2)　$\dfrac{2M_1v_1}{qB}$　(3)　$\sqrt{\dfrac{M_1}{M_2}}$

指針　磁場中を運動するイオン（荷電粒子）はフレミングの左手の法則にしたがった向きにローレンツ力を受ける。ローレンツ力とイオンの運動の向きは直交しているので，磁場が一様ならばローレンツ力も一定の大きさではたらき，イオンは等速円運動をする。

また，電場中を運動するイオンは，電場からエネルギーをもらい加速される。

解説　(1)　イオンは電場中で加速され，磁場に入射される。イオンがもっている運動エネルギーは電場からされる仕事によって与えられるので，電場からされる仕事の式「$W=qV$」と運動エネルギーの式より

$$qV=\frac{1}{2}M_1{v_1}^2\qquad よって\quad v_1=\sqrt{\frac{\boldsymbol{2qV}}{\boldsymbol{M_1}}}$$

(2)　イオンの円運動の半径は $\dfrac{L_1}{2}$ である。イオンにはたらくローレンツ力が向心力のはたらきをするので，ローレンツ力の式「$f=qvB$」と等速円運動の運動方程式「$m\dfrac{v^2}{r}=F$」より

$$qv_1B=M_1\frac{{v_1}^2}{L_1/2}\qquad よって\quad L_1=\frac{\boldsymbol{2M_1v_1}}{\boldsymbol{qB}}$$

(3)　(2) の結果に (1) の結果を代入すると

$$L_1=\frac{2M_1}{qB}\sqrt{\frac{2qV}{M_1}}=\frac{2}{B}\sqrt{\frac{2M_1V}{q}}\ ^{[1]\leftarrow}$$

質量 M_2〔kg〕のイオンの場合も同様に　$L_2=\dfrac{2}{B}\sqrt{\dfrac{2M_2V}{q}}$

よって　$\dfrac{L_1}{L_2}=\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{M_1}}{\boldsymbol{M_2}}}$

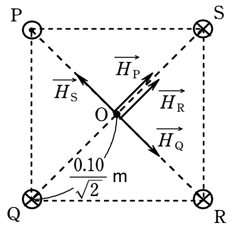
←[1]　(2) の結果のままだと，v_1，v_2 が M_1，M_2 を含むので不適である。

11 平行電流が及ぼしあう力

解答　(1)　90 A/m，O → S の向き　(2)　1.7×10^{-3} N，R → P の向き

指針　平行電流が同じ向きなら引力，反対向きなら斥力を及ぼしあう。3 本以上の平行電流ならば合力を作図によって考える。

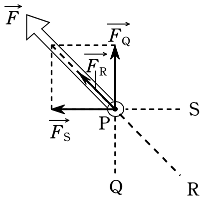
解説　(1)　P，Q，R，S の電流が，中心 O につくる磁場をそれぞれ $\overrightarrow{H_P}$，$\overrightarrow{H_Q}$，$\overrightarrow{H_R}$，$\overrightarrow{H_S}$〔A/m〕とすると，右図のように表される。すべての導線に流れる電流の大きさが等しいので，それぞれの磁場の大きさは等しい。それぞれの磁場の大きさは，直線電流がつくる磁場の式「$H=\dfrac{I}{2\pi r}$」で表されるので



$$H_O=H_P+H_R=\frac{20}{2\pi\times\left(\dfrac{0.10}{\sqrt{2}}\right)}\times2$$
$$=\frac{200\sqrt{2}}{\pi}\fallingdotseq\mathbf{90\ A/m}$$

向きは，図より　**O → S の向き。**

(2)　P の電流は，他の電流と流れる向きが反対向きなので，他の電流からは斥力を受ける。Q，R，S の電流からの力をそれぞれ，$\overrightarrow{F_Q}$，$\overrightarrow{F_R}$，$\overrightarrow{F_S}$〔N〕とする。平行電流が及ぼしあう力の式「$F=\dfrac{\mu I_1I_2}{2\pi r}l$」より，PQ $=r$ とすると



$$F_Q=F_S=\frac{\mu_0I^2}{2\pi r}l,\ F_R=\frac{\mu_0I^2}{2\pi(\sqrt{2}\,r)}l$$

それぞれの力の合力は図より

$$F=2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}F_Q+F_R=\sqrt{2}\times\frac{\mu_0I^2}{2\pi r}l+\frac{\mu_0I^2}{2\pi(\sqrt{2}\,r)}l=\frac{3\sqrt{2}\,\mu_0I^2}{4\pi r}l\ ^{[1]\leftarrow}$$
$$=\frac{3\sqrt{2}\times(4\pi\times10^{-7})\times20^2}{4\pi\times0.10}\times1\fallingdotseq\mathbf{1.7\times10^{-3}\ N}$$

向きは，図より　**R → P の向き。**

←[1]　いきなり数値計算はせずに，文字式でまとめてから数値を代入する。

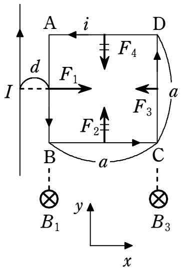
12 直線電流がコイルに及ぼす力

解答　(1)　AB：x 軸の正の向き　BC：y 軸の正の向き
CD：x 軸の負の向き　DA：y 軸の負の向き

(2)　$\dfrac{\mu_0iI}{2\pi d}a$〔N〕　(3)　$\dfrac{\mu_0iI}{2\pi d(d+a)}a^2$〔N〕　x 軸の正の向き

指針　直線電流が各辺の電流に及ぼす力の合力が，コイル全体に及ぼす力になる。直線電流が各辺に及ぼす力の向きと大きさは，フレミングの左手の法則と　$F=iBl$　$\left(B=\mu_0H=\dfrac{\mu_0I}{2\pi r}\right)$ の関係式とから求められる。

解説　(1)　直線電流 I〔A〕がコイルの各辺の位置につくる磁場は，紙面に垂直で表から裏の向きになる (右ねじの法則)。したがって，各辺を流れる電流に及ぼす力の向きは，フレミングの左手の法則により，次のようになる (右図)。



AB：**x 軸の正の向き**[1]←　　BC：**y 軸の正の向き**

CD：**x 軸の負の向き**[1]←　　DA：**y 軸の負の向き**

(2)　直線電流 I〔A〕が辺 AB の位置につくる磁場の磁束密度を B_1〔T〕とする。

$$F_1=iB_1a=i\times\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi d}\right)a=\boldsymbol{\frac{\mu_0 iI}{2\pi d}a}\ 〔\mathrm{N}〕$$

(3)　直線電流 I〔A〕が辺 CD に及ぼす力を F_3〔N〕とする。(2) と同様に

$$F_3=iB_3a=i\times\frac{\mu_0 I}{2\pi(d+a)}a=\frac{\mu_0 iI}{2\pi(d+a)}a\ 〔\mathrm{N}〕$$

直線電流 I〔A〕が辺 BC と DA に及ぼす力 (図の F_2 と F_4) は互いに打ち消しあい，また，$F_1>F_3$ であるから，求める力 F〔N〕は

$$F=F_1-F_3=\boldsymbol{\frac{\mu_0 iI}{2\pi d(d+a)}a^2}\ 〔\mathrm{N}〕\qquad \text{向きは，} \boldsymbol{x\ \text{軸の正の向き}}$$

←[1]　別解　AB：I と i の流れが逆向きであるから，電流間に斥力がはたらく。

CD：I と i の流れが同じ向きであるから，電流間に引力がはたらく。

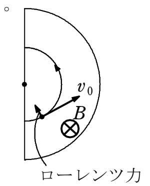
13 加速器

解答　(1)　正　(2)　qv_0B　(3)　$\dfrac{mv_0}{qB}$　(4)　$\dfrac{\pi m}{qB}$

(5)　エネルギー：qV，v：$\sqrt{{v_0}^2+\dfrac{2qV}{m}}$，$r$：$\dfrac{m}{qB}\sqrt{{v_0}^2+\dfrac{2qV}{m}}$

指針　荷電粒子はディーの中ではローレンツ力を受けて円運動し，ディーの間隙で加速されるたびに，回転半径が大きくなる。

解説　(1)　荷電粒子は，ローレンツ力を向心力として円軌道を描く。右図でフレミングの左手の法則を適用して[1]←，電荷は**正**である。



(2)　ローレンツ力の式「$f=qvB$」より　$\boldsymbol{F=qv_0B}$

(3)　円運動の向心力は，ローレンツ力 qv_0B によるものであるから

$$m\frac{{v_0}^2}{r_0}=qv_0B\qquad \text{ゆえに}\quad r_0=\boldsymbol{\frac{mv_0}{qB}}$$

(4)　半周するのにかかる時間 T_0 は

$$T_0=\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi r_0}{v_0}\right)=\frac{1}{2}\left\{\frac{2\pi\left(\dfrac{mv_0}{qB}\right)}{v_0}\right\}=\boldsymbol{\frac{\pi m}{qB}}$$

(5)　電荷 q の荷電粒子が電位差 V で加速されるので，間隙を通過するときに粒子が得るエネルギー $\varDelta E$ は

$\boldsymbol{\varDelta E=qV}$

速さが v_0，運動エネルギーが $\dfrac{1}{2}m{v_0}^2$ の電荷が，電場からのエネルギー qV を得て，速さが v，運動エネルギーが $\dfrac{1}{2}mv^2$ となることから

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2+qV=\frac{1}{2}mv^2\qquad \text{ゆえに}\quad v=\boldsymbol{\sqrt{{v_0}^2+\frac{2qV}{m}}}$$

$$m\frac{v^2}{r}=qvB\qquad \text{よって}\quad r=\frac{mv}{qB}=\boldsymbol{\frac{m}{qB}\sqrt{{v_0}^2+\frac{2qV}{m}}}$$

←[1]　電荷にはたらくローレンツ力の向きを，フレミングの左手の法則を用いて求めるとき，中指の向き (電流の向き) は，正電荷の場合は運動の向きに，負電荷の場合は運動の向きとは反対向きにする。

14 磁場内でのらせん運動

解答　(1)　x 軸の正の向きに速さ v の等速直線運動

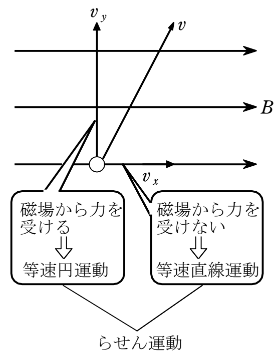
(2)　(a)　r：$\dfrac{mv}{eB}$，　T：$\dfrac{2\pi m}{eB}$　　(b)　z 軸の正の向き，$E=vB$

(3)　(a)　らせん運動　　(b)　t：$\dfrac{2\pi m}{eB}$，　l：$\dfrac{2\pi mv\cos\theta}{eB}$

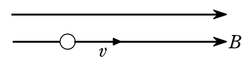
(c)　電子と１価原子イオンの質量比

指針　一様な磁場内に荷電粒子が入射すると，磁場からは粒子の運動方向に垂直なローレンツ力がはたらく。これは荷電粒子の速度の磁場に垂直な成分が力を受けるからである。入射した角度が，磁場に斜めだった場合は，荷電粒子の速度を磁場に垂直な成分 (磁場から力を受ける成分) と磁場に平行な成分 (磁場から影響を受けない成分) とに分けて運動を考える。

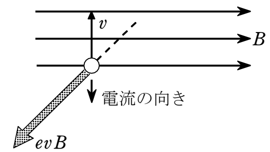
磁場に垂直な速度成分はローレンツ力が向心力のはたらきをして等速円運動，磁場に平行な速度成分は磁場から力を受けずに等速直線運動をするので，この運動を合成するとらせん運動になる。



解説　(1)　磁場と電子の速度の向きが平行なので，磁場は電子に力を及ぼさない。よって，電子は**x 軸の正の向きに速さ v の等速直線運動をする。**



(2)　(a)　フレミングの左手の法則より[1]←，電子は z 軸の正の向きにローレンツ力 evB を受ける。これが向心力となって等速円運動をするので，等速円運動の運動方程式



「$m\dfrac{v^2}{r}=F$」より

$$m\frac{v^2}{r}=evB$$

よって　$r=\boldsymbol{\dfrac{mv}{eB}}$　　……①

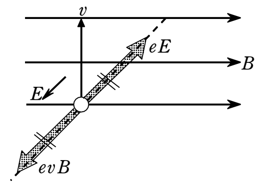
等速円運動の周期の式「$T=\dfrac{2\pi r}{v}$」より

$$T=\frac{2\pi}{v}\cdot\frac{mv}{eB}=\boldsymbol{\frac{2\pi m}{eB}}\qquad \text{……②}$$

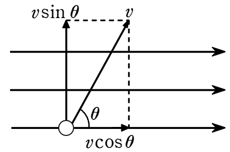
(b)　z 軸の正の向きに加わるローレンツ力を打ち消せば電子は y 軸の正の向きへ運動する。電子が電場から受ける静電気力は z 軸の負の向きに evB であればよい。電子は負電荷なので，電場の向きは **z 軸の正の向き。**

大きさは 電場から受ける静電気力の式「$F=eE$」より

$eE=evB$　　よって　$\boldsymbol{E=vB}$

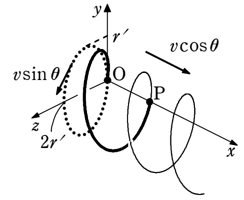


(3)　(a)　電子の初速度を磁場に垂直な成分と平行な成分とに分解する。磁場に垂直な成分では磁場からのローレンツ力により，yz 面への投影が速さ $v\sin\theta$ の等速円運動をし，平行な成分は磁場からの影響を受けないので x 軸の正の向きに速さ $v\cos\theta$ の等速直線運動をするような，**らせん運動**をする。



(2) の ①，② 式より　半径 $r'=\dfrac{mv\sin\theta}{eB}$

周期 $T'=\dfrac{2\pi r'}{v\sin\theta}=\dfrac{2\pi m}{eB}$　$(=T)$



(b)　OP 間の時間はらせん運動の１周期，すなわち，等速円運動の周期 T' に等しい。

$$t=T'=\boldsymbol{\frac{2\pi m}{eB}}$$

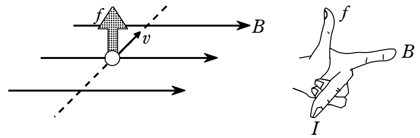
また，x 軸の正の向きには等速直線運動をするので

$$l=v\cos\theta\cdot t=v\cos\theta\cdot\frac{2\pi m}{eB}=\boldsymbol{\frac{2\pi mv\cos\theta}{eB}}$$

(c)　電子の比電荷 $\dfrac{e}{m}$ と１価原子イオンの比電荷 $\dfrac{e}{M}$ (M は原子の質量) がわかる。

このことから，**電子と１価原子イオンの質量比**がわかる。

←[1]　電子は負電荷なので，フレミングの左手の法則にあてはめて考える場合は，電流の向きを電子の運動の向きと反対向きにする。



15 電場，磁場内での荷電粒子の運動

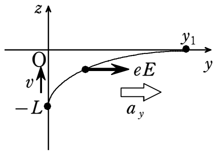
解答　(1)　$\left(0,\ \dfrac{eEL^2}{2mv^2}\right)$　　(2)　$\left(-\dfrac{eBL^2}{2mv},\ 0\right)$　　(3)　$\dfrac{e}{m}=\dfrac{2E}{B^2L^2}\cdot\dfrac{{x_2}^2}{y_1}$

(4)　(1)：$\left(0,\ \dfrac{eEL^2}{4mv^2}\right)$　　(2)：$\left(-\dfrac{eBL^2}{4mv},\ 0\right)$

指針　荷電粒子は電場から電場にそった方向に力を受け，運動している荷電粒子は磁場からフレミングの左手の法則に従って力を受ける。空間の中で粒子がどのような

動きをするかは，平面に投影した軌道を考えるとよい。

解説 (1)　水素イオンは，電場 E から y 軸の正の向きの力 eE を受けるので，放物運動をする。y 軸の正の向きの加速度を a_y，電場内を通過する時間を t とすると，運動方程式「$ma=F$」より



$$ma_y=eE \qquad よって \qquad a_y=\frac{eE}{m}$$

また，z 軸にそった向きには等速運動をするので

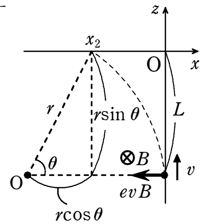
$$vt=L \qquad よって \qquad t=\frac{L}{v}$$

等加速度直線運動の距離の式「$y=\frac{1}{2}at^2$」より

$$y_1=\frac{1}{2}a_yt^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{eE}{m}\cdot\left(\frac{L}{v}\right)^2=\boldsymbol{\frac{eEL^2}{2mv^2}}$$

x 軸方向には力を受けず変位しないので　$x_1=\mathbf{0}$

(2)　水素イオンは，はじめ磁場から x 軸の負の向きのローレンツ力 evB を受け，これが向心力のはたらきをするため円軌道を描く。円軌道の半径を r とすると，等速円運動の運動方程式「$m\frac{v^2}{r}=F$」より



$$m\frac{v^2}{r}=evB \qquad よって \qquad r=\frac{mv}{eB}$$

図のように角度 θ をとる。磁場による粒子線の曲げられ方は小さいので，θ は小さい角度と考えてよい。

図より

$$|x_2|=r-r\cos\theta=r(1-\cos\theta)$$

$$\fallingdotseq r\left\{1-\left(1-\frac{\theta^2}{2}\right)\right\}=\frac{1}{2}r\theta^2 \qquad \cdots\cdots①$$

また　$r\sin\theta=L$　　よって　$r\theta\fallingdotseq L$　　……②

①，②式，および r の値より

$$|x_2|\fallingdotseq\frac{1}{2}r\left(\frac{L}{r}\right)^2=\frac{L^2}{2r}=\frac{eBL^2}{2mv}$$

$x_2<0$ となるので　$x_2=\boldsymbol{-\frac{eBL^2}{2mv}}$

y 軸方向には力を受けずに変位しないので　$y_2=\mathbf{0}$

(3)　(1)の y_1 の式と(2)の x_2 の式から v を消去すると

$$\boldsymbol{\frac{e}{m}=\frac{2E}{B^2L^2}\cdot\frac{{x_2}^2}{y_1}}$$

(4)　α線[1]← の電荷は $2e$，質量は $4m$ であるから

(1)の場合

$$x_1'=\mathbf{0},\qquad y_1'=\frac{2eEL^2}{2\times4mv^2}=\boldsymbol{\frac{eEL^2}{4mv^2}}$$

(2)の場合

$$x_2'=-\frac{2eBL^2}{2\times4mv}=\boldsymbol{-\frac{eBL^2}{4mv}},\qquad y_2'=\mathbf{0}$$

←[1]　α線はヘリウムの原子核である ($^4_2$He)。

16 半導体中の電子の運動

解答 (1)　x 軸の正の向きに evB [N]

(2)　①　電子はローレンツ力により，x 軸の正の向きに力を受けるので，面Q側に偏る。その結果，面P側が正，面Q側が負の電荷分布が起こり，P→Q の電場 E_x が生じる。

②　vB [V/m]　　③　vBa [V]　　④　面P

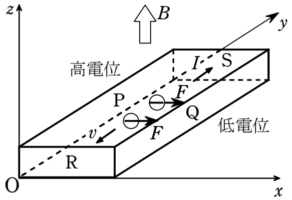
(3)　$\frac{I}{enac}$　　(4)　5.0×10^{-4} T

指針 電流が流れる導体や半導体の板に，電流に垂直な磁場を加えると板に電位差が生じる (ホール効果)。本問では半導体の板で考えているが，電流の担い手が電子である (n型半導体) ので，導体の場合と同様に扱うことができる。

解説 (1)　フレミングの左手の法則より，**x 軸の正の向き**。また，ローレンツ力の式「$F=qvB$」より

$F=\boldsymbol{evB}$ [N]

(2)　①　電子はローレンツ力により，x 軸の正の向きに力を受けるので，面Q側に偏る。その結果，面P側が正，面Q側が負の電荷分布が起こり，P→Q の電場 E_x が生じる。



②　最終的な定常状態では，電子にはたらく電場からの力 (x 軸の負の向き) と磁場からのローレンツ力 (x 軸の正の向き) がつりあって，電子は直進する。

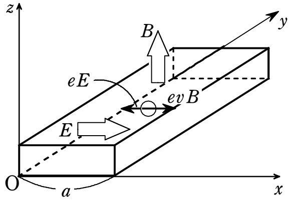
$eE_x=evB$

よって　$E_x=\boldsymbol{vB}$ [V/m]

③　電場と電位差の関係「$V=Ed$」より

$V_x=E_x\cdot a=\boldsymbol{vBa}$ [V]

④　P側が正なので，**P** が高電位である。



(3)　面Sを通る電子は半導体内を1秒間に v [m] だけ y 軸の負の向きに進むので，1秒間に面Sを通る電子数は体積 vac [m^3] 内に含まれる電子数になる[1]←。

電流の大きさ I [A] は単位時間当たりに導体の断面を通過する電気量の大きさなので

$I=e\times n\times vac$

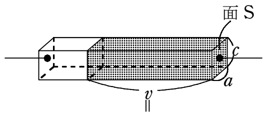
よって　$v=\boldsymbol{\frac{I}{enac}}$

(4)　(2)③と(3)の結果より

$$B=\frac{V_x}{va}=\frac{encV_x}{I}=\frac{(1.6\times10^{-19})\times(2.5\times10^{19})\times(5.0\times10^{-4})\times(5.0\times10^{-3})}{2.0\times10^{-2}}$$

$=\mathbf{5.0\times10^{-4}}$ **T**

←[1]



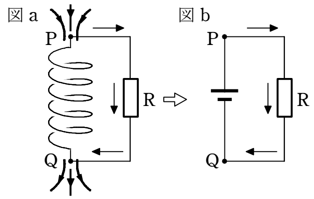
1秒間に進む距離

17 コイルに生じる誘導起電力

解答 (1)　P　　(2)　3.0 V　　(3)　0.60 A

指針 コイルを上向きに貫く磁束が増加するとき，コイルには下向きの磁場を生じるような誘導電流が流れる。この電流の向きは P→R→Q の向きである。

解説 (1)　回路に流れる誘導電流は，レンツの法則により図aのように流れる。また，この電流の向きにあわせてPQ間を電池に置きかえて考えてみると，図bのようになる。したがって，**P** の電位が高い。



誘導電流による磁束

(2)　ファラデーの電磁誘導の法則

「$V=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$」と，$\Delta\Phi=\Delta BS$　より

$$|V|=\left|-N\frac{\Delta BS}{\Delta t}\right|$$ [1]←

$=(2.0\times10^3)\times1.5\times10^{-2}\times0.10=\mathbf{3.0}$ **V**

(3)　オームの法則より　$I=\frac{|V|}{R}=\frac{3.0}{5.0}=\mathbf{0.60}$ **A**

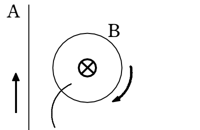
←[1]　大きさを答えるので，絶対値記号を付してある。

18 誘導電流の向き

解答 (1)　ア　　(2)　ア

指針 直線電流の大きさを変化させると，周囲に生じている磁場の強さも変化する。また，直線電流の周囲に生じる磁場は，直線電流から遠ざかるほど弱くなる。この磁場の向きは右ねじの法則より求められる。

解説 (1)　Aの電流が減少すると，コイルBを貫く磁束 (紙面に垂直で，表→裏) が減少するので，レンツの法則により表→裏の向きの磁束が発生するような電流が発生する。右ねじの法則より，誘導電流の向きは**ア**



Aの電流がつくる磁束が減少

(2)　Aがつくる磁場はAから遠ざかるほど弱くなる。Bを遠ざけるとBを貫く磁束が減少するので，(1)と同様，誘導電流の向きは**ア**

19 ローレンツ力と誘導起電力

解答 (1)　5.0×10^{-2} V　　(2)　Q端

指針 一様な磁場 (磁束密度 B [T]) を垂直に，速さ v [m/s] で横切る長さ l [m] の金属棒に生じる誘導起電力の大きさは $V=vBl$ [V] である。

解説 (1)　「$V=vBl$」より

$V=10\times(1.0\times10^{-2})\times0.50$

$=\mathbf{5.0\times10^{-2}}$ **V**

(2)　金属棒中の自由電子は，Q→P の向きにローレンツ力を受けるので，P側に負，Q側に正の電荷が集まる。

よって，正の電荷が現れるのは **Q端**

20 磁場を横切る長方形コイルに生じる誘導起電力

解答 (1)　(a)　0 A　　(b)　1 A　　(c)　0 A　　(2)　1 N，D→A の向き (左向き)

(3)　0.1 W　　(4)　0.1 W

指針 コイルを貫く磁束 Φ (＝磁束密度 B×コイルの面積 S) が変化すると，コイルに誘導起電力が生じる。その大きさは　$V=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$　(N は巻数) である。向きはレンツの法則により判断する。

解説 (1)　(a)と(c)の状態のとき：短い時間 Δt の間の磁束の変化 $\Delta\Phi=0$

よって　$V=0$ V　　誘導電流の大きさ　$I=\dfrac{V}{R}=0$ A

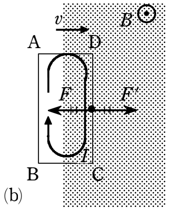
(b) の状態のとき：$\varDelta\Phi=B\cdot\varDelta S=B\,(lv\cdot\varDelta t)$

よって　$V=\left|\dfrac{\varDelta\Phi}{\varDelta t}\right|=vBl$[1]←$=0.1\times10\times0.1=0.1$ V

ゆえに　$I=\dfrac{V}{R}=\dfrac{0.1}{0.1}=1$ A

(2)　(b) の状態のときは，レンツの法則により，コイルには時計回りの誘導電流[2]←が流れる (右図)。磁場から力を受けるのは，コイルの AD，BC，CD の部分であるが，AD と BC にはたらく力は打ち消しあうので，コイルが磁場から受ける力は CD にはたらく力になる。この力の大きさ F は $F=IBl$ より

$F=1\times10\times0.1=1$ N



(b)

力の向きは，フレミングの左手の法則より，

D → A の向き (左向き)[3]←

(3)　コイルの速さ v を一定に保つために必要な外力の大きさ F' は F に等しく，向きは右向きとなる。したがって，外力の仕事率 (単位時間当たりの仕事) P[W] は，仕事率の式「$P=Fv$」より

$P=F'v=1\times0.1=$ **0.1 W**[4]←

(4)　コイルの抵抗で消費される電力を P'[W] とすると，電力の式「$P=IV$」に (1) で求めた I，V の値を代入して

$P'=1\times0.1=$ **0.1 W**[4]←

←[1]　別解　コイルに生じる誘導起電力 V は，磁場を横切る CD (長さ l，速さ v) の部分に生じるとして，ただちに

$V=vBl$[V]

としてもよい。

←[2]　紙面に垂直，表から裏の向き ⊗ の磁束を生じる誘導電流。

←[3]　参考　磁場が紙面から出る向き ⊙ でも，紙面に向かう向き ⊗ でも，同じ結果 (左向き) となる。

←[4]　参考　$P'=P$ が示すように，エネルギー保存則が成りたつ。P，P' を式で表すと　$P'=P=\dfrac{V^2}{R}=\dfrac{(vBl)^2}{R}$[W]

21 電磁誘導と終端速度

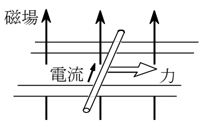
解答　(1)　$\dfrac{V}{R}$[A]　(2)　$\dfrac{VBl}{R}$[N]，右向き　(3)　$\dfrac{V}{Bl}$[m/s]

指針　金属棒の速さが一定になるとは，金属棒に流れる電流が 0 となり，磁場から力を受けなくなる状態である。

解説　(1)　オームの法則より，求める電流 I は　$I=\dfrac{V}{R}$[A]

(2)　電流が磁場から受ける力の式「$F=IBl$」より

$F=IBl=\dfrac{V}{R}\cdot Bl=\dfrac{VBl}{R}$[N]



力の向きは，金属棒の部分にフレミングの左手の法則を適用して，**右向き**。

(3)　金属棒が速さ v[m/s] で磁束密度 B[T] の上向きの磁場を横切るとき，磁場を横切る導線に生じる誘導起電力の式「$V=vBl$」より，金属棒の l[m] の部分に生じる誘導起電力の大きさは vBl[V] である。また，この誘導起電力の向きは電池の起電力 V[V] とは逆向きである。したがって，$V=vBl$ となるとき，金属棒には電流が流れなくなり，金属棒の速さは一定となる。

$V=vBl$　　より　$v=\dfrac{V}{Bl}$[m/s]

22 磁場を横切る導線に生じる誘導起電力

解答　(1)　vBl[V]　(2)　$\dfrac{vBl}{R}$[A]，アの向き　(3)　$\dfrac{vB^2l^2}{R}$[N]

(4)　$g-\dfrac{vB^2l^2}{mR}$[m/s²]　(5)　$\dfrac{mgR}{B^2l^2}$[m/s]　(6)　$\left(\dfrac{mg}{Bl}\right)^2R$[J]

(7)　$\left(\dfrac{mg}{Bl}\right)^2R$[J]

指針　おもり m が導線 PQ を引いて降下しているとき，おもりにはたらく力は，重力 mg とひもが引く力 F の 2 力である。力 F は導線 PQ を流れる誘導電流に磁場が及ぼす力でもある。おもりはこの 2 力の合力 $(mg-F)$ によって加速され，$mg=F$ となると，加速度は 0 となり，以後，等速で降下する。

解説　(1)　おもりの速さ (＝導線 PQ の速さ) が v[m/s] のとき，回路に生じる誘導起電力の大きさ V[V] は，磁場を横切る導線に生じる誘導起電力の式「$V=vBl$」より

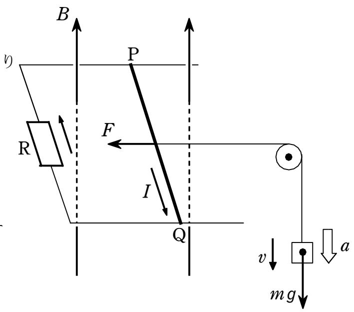
$V=vBl$[V]

(2)　(1) の誘電起電力 V により，導線 PQ に流れる誘導電流の大きさ I[A] は，オームの法則より　$I=\dfrac{V}{R}=\dfrac{vBl}{R}$[A]

電流 I の向きは，下向きの磁束を生じる向き (レンツの法則) で，右ねじの法則より，**ア**の向きとなる。

(3)　導線 PQ が磁場から受ける力の大きさを F[N] とする (右図)。電流が磁場から受ける力の式「$F=IBl$」より

$F=IBl=\dfrac{vB^2l^2}{R}$[N]



(4)　(3) の力 F の向きは，フレミングの左手の法則より，PQ の運動を妨げる向き (図の左向き) となる。おもりの加速度 (下向き) を a[m/s²] とすると，おもりは，重力とひもの張力 ((3) の力 F と同じ大きさ) の合力 (差になる) によって加速されるので，運動方程式は

$ma=mg-F$　　ゆえに　$a=g-\dfrac{F}{m}=g-\dfrac{vB^2l^2}{mR}$[m/s²]

(5)　(4) の加速度 a の式より，a は v の増加とともに減少していくので，$a=0$ になるある速さに達すると，以後，この一定の速さで降下するようになる。この速さを v_0[m/s] とすると，(4) の a の式より

$0=g-\dfrac{v_0B^2l^2}{mR}$　　ゆえに　$v_0=\dfrac{mgR}{B^2l^2}$[m/s]

(6)　このとき，おもりは 1 秒間に $h=v_0\times1$[m] だけ降下するので，重力が 1 秒間にする仕事 W[J] は　$W=mgh=mgv_0=\left(\dfrac{mg}{Bl}\right)^2R$[J][1]←

(7)　このとき，抵抗 R で 1 秒間に発生する熱量を Q[J] とすると，ジュール熱の式「$Q=IVt=\dfrac{V^2}{R}t$」より，v_0 の値を用いて

$Q=\dfrac{V^2}{R}t=\dfrac{(v_0Bl)^2}{R}\times1=\left(\dfrac{mg}{Bl}\right)^2R$[J][1]←

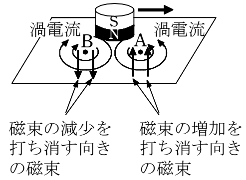
←[1]　参考　$Q=W$ の関係が成りたち，エネルギーが保存されていることがわかる。

23 渦電流

解答　点 A：反時計回り，点 B：時計回り

指針　コイルに磁石を近づけるとコイルに誘導電流が流れるのと同様に，金属板に磁石を近づけたり，金属板の上で磁石を動かしたりすると金属板に誘導電流が流れる。このとき金属板を流れる誘導電流を渦電流という。

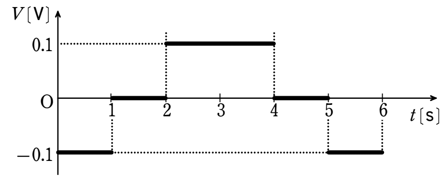
解説　銅板の上で棒磁石を動かすと，磁石が近づく点 A のまわりには，磁束の増加を打ち消す向き (上向き) の磁束をつくるように渦電流が流れる。よって，**点 A** のまわりに生じる渦電流は，**反時計回り**。



磁石が遠ざかる点 B のまわりには，磁束の減少を打ち消す向き (下向き) の磁束をつくるように渦電流が流れる。よって，**点 B** のまわりに生じる渦電流は，**時計回り**。

24 自己誘導

解答



指針　コイルの自己誘導は，コイルに流れる電流が変化するときのみ起こる。電流が流れていても変化しなければ，コイルを貫く磁束は変化しないので，電流値の大小にかかわらず自己誘導による起電力は 0 である。また，この起電力は電流変化を妨げる向きにはたらく逆起電力である。

解説　コイルの自己誘導による起電力「$V=-L\dfrac{\varDelta I}{\varDelta t}$」より

時刻 0～1 s：$V=-0.01\times\dfrac{10-0}{1}=-0.1$ V

1～2 s：$V=0$ V

2～4 s：$V=-0.01\times\dfrac{-10-10}{2}=0.1$ V

4～5 s：$V=0$ V

5～6 s：$V=-0.01\times\dfrac{0-(-10)}{1}=-0.1$ V　　答えは　図 a

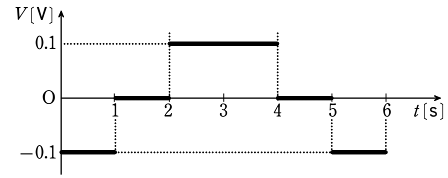


図 a

25 自己誘導

解答　(1)　0 A　(2)　0.40 A　(3)　8.0×10^{-3} J

指針　スイッチＳを閉じると，コイルに流れる電流が変化し，コイル内部に生じる磁場が変化する。そのため，電磁誘導によって，コイルに流れる電流が変化するのを妨げる向きに，誘導起電力が生じる。このため，スイッチを閉じても，電流は瞬時には変化しない。

解説　(1)　Ｓを閉じた直後は，コイルに流れる電流が増加するのを妨げる向きに誘導起電力が生じるため，回路を流れる電流は瞬時には変化しない。
しがたって　$I_0=$**0 A**

(2)　Ｓを閉じてから十分に時間が経過すると，コイルに流れる電流は一定になるため，コイルには誘導起電力は生じなくなる。
したがって，オームの法則より

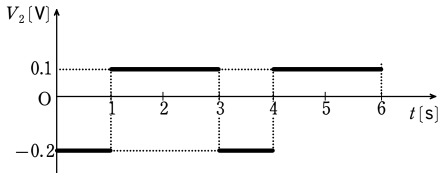
$$I_1=\frac{V}{R}=\frac{10}{25}=\mathbf{0.40\ A}$$

(3)　コイルに蓄えられるエネルギーの式「$U=\frac{1}{2}LI^2$」より

$$U=\frac{1}{2}LI_1{}^2=\frac{1}{2}\times0.10\times0.40^2=\mathbf{8.0\times10^{-3}\ J}$$

26 相互誘導

解答



指針　２つのコイルが，同一の鉄心に巻かれていると，片方のコイルの電流変化によって生じる磁束変化が鉄心を介してそのまま伝えられる。よって，もう一方のコイルには，伝えられた磁束変化を妨げるような誘導起電力が発生する。

解説　相互誘導の式「$V_2=-M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$」より

時刻 0〜1 s：$V_2=-0.02\times\frac{10-0}{1}=-0.2$ V

1〜3 s：$V_2=-0.02\times\frac{0-10}{2}=0.1$ V

3〜4 s：$V_2=-0.02\times\frac{10-0}{1}=-0.2$ V

4〜6 s：$V_2=-0.02\times\frac{0-10}{2}=0.1$ V　　答えは　**図 a**

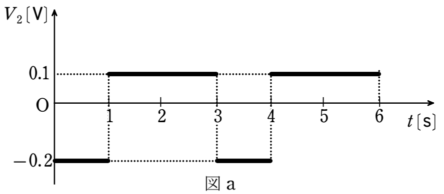


図 a

27 正方形コイルの誘導起電力

解答　(1)　図 a
(2)　図 b
(3)　図 c

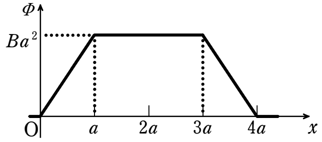


図 a

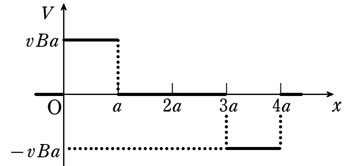


図 b

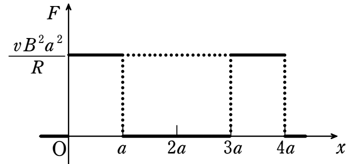


図 c

指針　コイルを貫く磁束（＝磁束密度×面積）が変化するとコイルに誘導起電力が生じ，誘導電流が流れる。誘導電流の向きは，磁束の変化を打ち消す向きである（レンツの法則）。誘導電流が流れているコイルには，コイルの運動を妨げる向きの力が磁場からはたらく（フレミングの左手の法則）。したがって，コイルの速度を一定に保つためには，外力が必要となる。

解説　(1)　コイル（面積 a^2）を貫く磁束の最大値 Φ_0 は，$\Phi=BS$ より

$\Phi_0=Ba^2$

磁束 Φ の変化は，「$\Phi=BS$」より

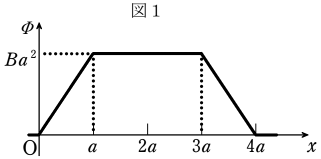
$x=0\sim a$ では　$\Phi=Bax$

$x=a\sim3a$ では　$\Phi=\Phi_0$（一定）

$x=3a\sim4a$ では　$\Phi=Ba\{a-(x-3a)\}$[1]←$=4Ba^2-Bax$

よって，Φ-x 図は，**図 1**

図 1



(2)　$x=0\sim a$，および $x=3a\sim4a$ では，コイルを貫く磁束が単位時間に（$B\times va=$）vBa だけ，それぞれ増加および減少するので，どちらも，大きさ $V_0=vBa$ の誘導起電力を生じる。

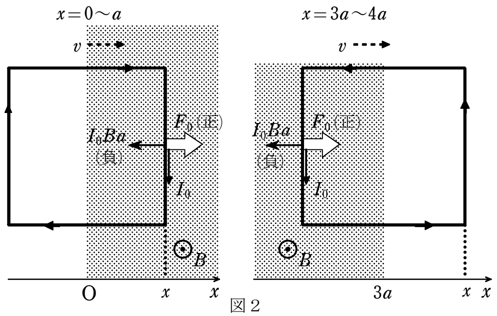


図 2

ただし，その向きは，$x=0\sim a$ では時計回り（この向きを正としている），$x=3a\sim4a$ では反時計回りとなる[2]←（図 2）。
また，$x=a\sim3a$ では，コイルを貫く磁束の変化がないので $V=0$ である。
以上より，V-x 図は，**図 3**

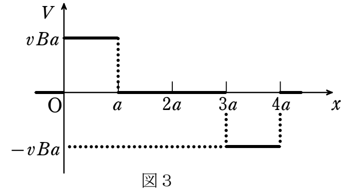


図 3

(3)　$x=0\sim a$，$x=3a\sim4a$ の場合ともに，コイルには大きさ $I_0=\frac{vBa}{R}$ の誘導電流が流れる（図 2）。電流 I_0 に磁場が及ぼす力の大きさは I_0Ba で，その向きは，どちらも負の向きとなる[3]←（フレミングの左手の法則）。したがって，この場合に必要な外力は正の向きで，その大きさ F_0 は

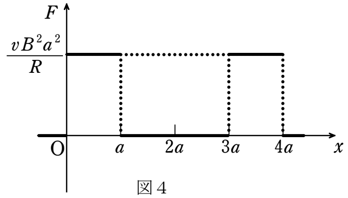
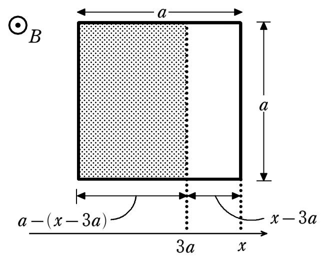


図 4

$$F_0=I_0Ba=\frac{vB^2a^2}{R}$$

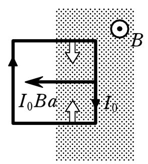
また，$x=a\sim3a$ では，コイルに電流が流れないので，外力を加える必要はなく，$F=0$ となる[4]←。
以上より，F-x 図は，**図 4**

←[1]　$x=3a\sim4a$ では，磁場内にあるコイルの x 方向の長さは，$a-(x-3a)$

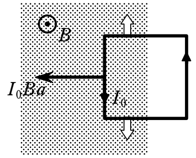


←[2]　$x=0\sim a$ では，コイルを貫く，紙面に垂直上向きの磁束が増えるので，下向きの磁束を生じる向き（時計回り）に誘導電流が流れる。
$x=3a\sim4a$ では，紙面に垂直上向きの磁束が減るので，上向きの磁束を生じる向き（反時計回り）に誘導電流が流れる（レンツの法則，右ねじの法則を適用）。

←[3]　$x=0\sim a$ では



$x=3a\sim4a$ では



コイルの上，下の辺に磁場が及ぼす力は打ち消しあうので，磁場からコイルにはたらく力は x 軸方向だけとなる。

←[4]　外力 $F=0$ のときも，慣性によりコイルは等速直線運動をつづける。

28 磁場の中での導体棒の運動

解答　(1)　$\dfrac{E-vBl}{R}$　　(2)　$\dfrac{1}{Bl}\left(E-\dfrac{mgR}{Bl}\right)$

(3)　$W:\dfrac{mgE}{Bl}$，　$Q:\left(\dfrac{mg}{Bl}\right)^2R$，　$U:\dfrac{mgE}{Bl}-\left(\dfrac{mg}{Bl}\right)^2R$，　$W=Q+U$

(4)　$\dfrac{mgR}{B^2l^2}$

指針　磁場内にある導体棒 A に電源からの電流が流れると，磁場から力を受けて動きだす。動きだした A には誘導起電力が生じるので，A も 1 つの電源とみなせ，回路は 2 つの電源を含む抵抗回路と同等になる。したがって，キルヒホッフの法則Ⅱ：起電力の和 (逆向きの場合は差)＝抵抗での電圧降下　が成りたつ。

解説　(1)　速さ v で上昇する A に生じる誘導起電力の大きさ V は　$V=vBl$
この誘導起電力の向きは，電池の起電力 E の向きと逆になる[1]← (反時計回り)。
よって，キルヒホッフの法則Ⅱより

$E-vBl=RI$　　…… ①

ゆえに　$I=\dfrac{\boldsymbol{E-vBl}}{\boldsymbol{R}}$　(向きは図 1 に示す向き)

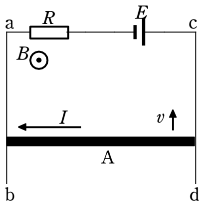


図 1

(2)　等速 v_1 で上昇中，A に流れる電流の大きさを I_1 とする (図 2)。A にはたらく，磁場による力 I_1Bl (鉛直上向き)[2]← と重力 mg のつりあいより

$I_1Bl=mg$　　よって　$I_1=\dfrac{mg}{Bl}$

① 式において，$I=I_1$ のとき，$v=v_1$ として

$v_1=\dfrac{E-RI_1}{Bl}=\dfrac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{Bl}}\left(\boldsymbol{E}-\dfrac{\boldsymbol{mgR}}{\boldsymbol{Bl}}\right)$

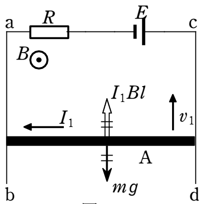


図 2

(3)　電池が単位時間にする仕事　$W=I_1E\times1=\dfrac{\boldsymbol{mgE}}{\boldsymbol{Bl}}$

抵抗で単位時間に発生する熱量　$Q=I_1{}^2R\times1=\left(\dfrac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{Bl}}\right)^2\boldsymbol{R}$

A が単位時間に得る重力による位置エネルギー

$U=mgh=mgv_1\times1=mg\times\dfrac{1}{Bl}\left(E-\dfrac{mgR}{Bl}\right)$

$=\dfrac{\boldsymbol{mgE}}{\boldsymbol{Bl}}-\left(\dfrac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{Bl}}\right)^2\boldsymbol{R}$　$(=W-Q)$

以上の結果から　$\boldsymbol{W=Q+U}$[3]←, [4]←

(4)　等速 v_2 で落下中，A に流れる誘導電流の大きさを I_2 とする (図 3)。I_2 の向きは，回路 AacA を貫く磁束の増加を妨げる向き (時計回り) となる。
(2) と同様に，A の力のつりあいより

$I_2Bl=mg$　　よって　$I_2=\dfrac{mg}{Bl}$

A に生じる誘導起電力＝抵抗 R での電圧降下より　$v_2Bl=RI_2$

よって　$v_2Bl=R\left(\dfrac{mg}{Bl}\right)$　　ゆえに　$v_2=\dfrac{\boldsymbol{mgR}}{\boldsymbol{B^2l^2}}$[5]←

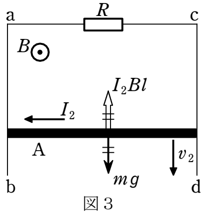


図 3

←[1]　回路 AacA を貫く磁束の減少を妨げる向きの起電力で (レンツの法則)，反時計回りの誘導起電力 (右ねじの法則)。

←[2]　フレミングの左手の法則を適用。

←[3]　$W=Q+U$ はエネルギーが保存されていることを示している。

←[4]　別解　① 式で，$v=v_1$，$I=I_1$ として

$E-v_1Bl=RI_1$ より　$E=RI_1+v_1Bl$

両辺に I_1 をかけて　$I_1E=I_1{}^2R+v_1\cdot I_1Bl$

$I_1Bl=mg$ より　$I_1E=I_1{}^2R+mgv_1$

ゆえに　$\boldsymbol{W=Q+U}$

←[5]　参考　この場合は単位時間に重力がする仕事　$U=mgv_2=\left(\dfrac{mg}{Bl}\right)^2R$

単位時間に発生する熱量　$Q=I_2{}^2R=\left(\dfrac{mg}{Bl}\right)^2R$

よって　$Q=U$ が成立。

29 磁場中の斜面をすべり下りる導体棒

解答　(1)　$\dfrac{v_0BL\cos\theta}{R}$，Q → P の向き　　(2)　$\dfrac{mgR\tan\theta}{B^2L^2\cos\theta}$

(3)　$\left(\dfrac{mg\tan\theta}{BL}\right)^2R$

(4)　導体棒 PQ が単位時間に降下する高さを h，その間に重力が棒にする仕事 (棒の重力による位置エネルギーの減少分) を W とする。

$h=(v_0\sin\theta)\times1=v_0\sin\theta$

$W=mgh=mgv_0\sin\theta=mg\left(\dfrac{mgR\tan\theta}{B^2L^2\cos\theta}\right)\sin\theta$

$=\left(\dfrac{mg\tan\theta}{BL}\right)^2R$

(3) の Q の値と比べて　$Q=W$
よって，Q は，重力が単位時間にする仕事 (重力による位置エネルギーの減少分) によって供給されている。

(5)　(1)：大きさは変わらないで向きが逆になる　　(2)〜(4)：変わらない

指針　導体棒が磁場と平行に動く場合は，磁場を横切らないため誘導起電力は生じない。本問のように，導体棒が速さ v_0 で磁場を斜めに横切る場合，磁場に対する垂直な成分 v_1 で磁場を横切ることになり，誘導起電力は $V=v_1BL$ $(v_1=v_0\cos\theta)$ となる (図 1)。
　また，エネルギー保存則が成りたつことを考えると，ジュール熱の供給は導体棒の重力による位置エネルギーの減少によってなされている。

解説　(1)　導体棒 PQ の速度 (大きさ v_0) の磁場に垂直な方向の成分の大きさは　$v_1=v_0\cos\theta$
よって，誘導起電力の大きさ V は
$V=v_1BL=v_0BL\cos\theta$
オームの法則より

$I=\dfrac{V}{R}=\dfrac{\boldsymbol{v_0BL\cos\theta}}{\boldsymbol{R}}$　…… ①

向きは，レンツの法則より，**Q → P の向き**[1]←

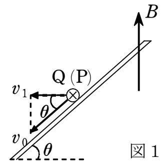


図 1

(2)　導体棒 PQ が磁場から受ける力 F は，電流が磁場から受ける力の式「$F=IBl$」より
$F=IBL$
向きは，フレミングの左手の法則より，図 2 の向き。
斜面方向では，この力の成分と重力の成分とがつりあうから
$F\cos\theta=mg\sin\theta$

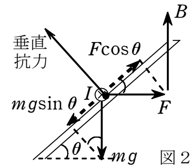


図 2

よって　$IBL\cos\theta=mg\sin\theta$　　ゆえに　$I=\dfrac{mg\tan\theta}{BL}$　…… ②

①，② 式より　$\dfrac{v_0BL\cos\theta}{R}=\dfrac{mg\tan\theta}{BL}$

よって　$v_0=\dfrac{\boldsymbol{mgR\tan\theta}}{\boldsymbol{B^2L^2\cos\theta}}$[2]←

(3)　ジュールの法則の式「$Q=I^2Rt$」に ② 式の I の値を代入して

$Q=\left(\dfrac{mg\tan\theta}{BL}\right)^2R\times1=\left(\dfrac{\boldsymbol{mg\tan\theta}}{\boldsymbol{BL}}\right)^2\boldsymbol{R}$

(4)　導体棒 PQ が単位時間に降下する高さを h，その間に重力が棒にする仕事 (棒の重力による位置エネルギーの減少分) を W とする。

$h=(v_0\sin\theta)\times1=v_0\sin\theta$

$W=mgh=mgv_0\sin\theta=mg\left(\dfrac{mgR\tan\theta}{B^2L^2\cos\theta}\right)\sin\theta$

$=\left(\dfrac{mg\tan\theta}{BL}\right)^2R$[3]←

(3) の Q の値と比べて　$Q=W$
よって，Q は，**重力が単位時間にする仕事** (重力による位置エネルギーの減少分) によって供給されている。

(5)　(1) では，レンツの法則より，**誘導電流の向きが逆になる。大きさは変わらない。**
(2)〜(4) では，フレミングの左手の法則より，電流が磁場から受ける力の向き，大きさともに変わらない。したがって，**(2)〜(4) の結果は変わらない。**

←[1]　導体棒 PQ より上部の，PQ を含む閉じた回路を上向きに貫く磁束が増えるので，下向きの磁束を発生させるような誘導電流が，Q → P の向きに流れる。

←[2]　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ を使って　$v_0=\dfrac{mgR\sin\theta}{B^2L^2\cos^2\theta}$　あるいは　$v_0=\dfrac{mgR\sin\theta}{(BL\cos\theta)^2}$　としてもよい。

←[3]　$\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\tan\theta$ を使用。

30 自己誘導

解答　(1) $\dfrac{V_0}{R_2}$　(2) $I:-\dfrac{V_0}{R_2}$　$V:-\dfrac{R_1}{R_2}V_0$　(3) $\dfrac{LV_0{}^2}{2R_2{}^2}$

指針　抵抗だけの回路では，スイッチを開くと，回路を流れる電流は瞬時に0になるが，回路にコイルがあると，コイルには電流の変化を妨げる向きに誘導起電力が発生するため，スイッチを開いた直後には，同じ向きに流れ続け，この誘導電流が抵抗 R_1 に流れこむ。

解説　(1) このとき，抵抗 R_1 はコイル(抵抗値0)によって短絡され，電流 I_0 はすべてコイルに流れ，R_1 には流れない。
回路は図1の回路と同等になり，電流は正の向きに流れるので

$$I_0=\boldsymbol{\frac{V_0}{R_2}}$$

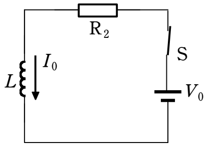


図1

(2) Sを開いた直後には，コイルには，(1)の電流 I_0 の減少を妨げる向き(P→コイル→Gの向き)の誘導起電力が発生するので[1]←，抵抗 R_1 には，この電流 I_0 がG→Pの向き(負の向き)に流れこむ(図2)。

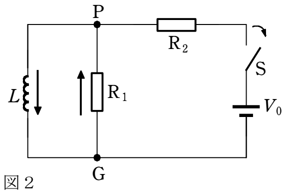


図2

よって　$I=-I_0=\boldsymbol{-\dfrac{V_0}{R_2}}$

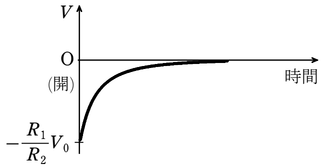
抵抗 R_1 に対して，電流 I は $G\to R_1\to P$ の向きに流れるので，GはPより高電位(P側が低電位)となる。よって，PG間の電圧は負でオームの法則より

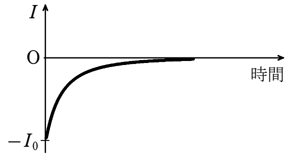
$$V=-R_1I_0=\boldsymbol{-\frac{R_1}{R_2}V_0}$$

(3) コイルに蓄えられていた磁場のエネルギー $U\left(=\dfrac{1}{2}LI_0{}^2\right)$ が抵抗 R_1 でジュール熱に変換される。

$$Q=\frac{1}{2}LI_0{}^2=\frac{1}{2}L\left(\frac{V_0}{R_2}\right)^2=\boldsymbol{\frac{LV_0{}^2}{2R_2{}^2}}$$

←[1]　Sを開くと，電流 I_0 がつくっていた磁束が減少するので，それを打ち消す向きに誘導起電力が生じ，I_0 と同じ向きに誘導電流が流れる。
R_1 に加わる電圧 V (P側が高電位の場合を正)，流れる電流 I (P→Gの向きを正)の時間変化を表すグラフは，次のようになる。





31 磁場中を回転する導体棒

解答　(1) b　(2) $\dfrac{E}{R}$　(3) $\dfrac{2E}{Bl^2}$

指針　導体棒が磁場を垂直に横切れば誘導起電力を生じるが，本問のように回転させても誘導起電力を生じる。誘導起電力の大きさは導体棒が単位時間当たりに横切った磁束に比例するが，導体棒が等速円運動する場合は角速度 ω を用いると単位時間当たりの変化量を求めることができる。

解説　(1) スイッチを閉じると導体棒POQには，Q→O→Pの向きに電流が流れる。フレミングの左手の法則より，**b** の向きに回転する。

(2) スイッチを閉じた直後は，まだOQに誘導起電力が生じていないので，電池の電圧はすべて抵抗に加わっている。オームの法則「$I=\dfrac{V}{R}$」より

$$I_0=\boldsymbol{\frac{E}{R}}$$

(3) 一定の角速度 ω で運動するのは，OQに力がはたらいていない状態のときである。POQに電流が流れているときはOQ部分が磁場から力を受けるので，一定の角速度で運動するときにはPOQに電流は流れていない。
OQ部分に生じる誘導起電力を V とすると，これはQ側が高電位となり電池とは逆向きになるので，回路を流れる電流 I は

$$I=\frac{E-V}{R}$$

と表される。ここで，$I=0$ なので，$E=V$　……①　となる。
角速度 ω のとき，Δt 秒間にOQが通過する面積 ΔS は

$$\Delta S=\frac{1}{2}l^2\omega\Delta t$$ [1]←

よって，Δt 秒間にOQが横切る磁束 $\Delta\Phi$ は

$$\Delta\Phi=B\Delta S=B\times\frac{1}{2}l^2\omega\Delta t=\frac{1}{2}Bl^2\omega\Delta t$$

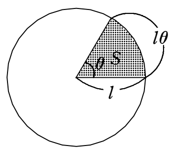
OQに生じる誘導起電力は，ファラデーの電磁誘導の法則より

$$V=\left|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\frac{1}{2}Bl^2\omega\qquad\cdots\cdots②$$

①，②式より

$$E=V=\frac{1}{2}Bl^2\omega\qquad よって\quad \omega=\boldsymbol{\frac{2E}{Bl^2}}$$

←[1]



$$S=\pi l^2\times\frac{\theta}{2\pi}=\frac{1}{2}l^2\theta=\frac{1}{2}l^2\omega\Delta t$$

ただし　$\theta=\omega\Delta t$

32 ベータトロン

解答　(1) eRB　(2) $\dfrac{eR}{2}\cdot\dfrac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}$　(3) $\dfrac{eR}{2}\Delta\overline{B}$　(4) $\Delta B=\dfrac{1}{2}\Delta\overline{B}$

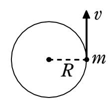
指針　磁場が変化すると，そのまわりの空間に電場が生じ，導線などがなくても誘導起電力が発生する。

(2) 円周上の電場による電位差「$V=Ed$」と誘導起電力の大きさ「$V=\left|-1\cdot\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$」を等しいとおいて，電場を求める。

(4) 電子の速さが Δv 増加したとして磁束密度 $B+\Delta B$ の円周上を運動する電子の運動方程式を立て，そこから得られる運動量の増加量 $m\Delta v$ が円内部の磁場の増加によるものであるとき，(3)の結果と一致する。

解説　(1) 電子の円運動の運動方程式は

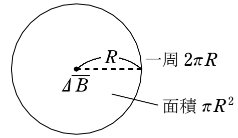
$$m\frac{v^2}{R}=evB\qquad ゆえに\quad v=\frac{eRB}{m}$$



よって，運動量「$P=mv$」は

$$P=mv=\boldsymbol{eRB}$$

(2) 磁束の変化によって円周上に誘導起電力が生じる。
誘導起電力の大きさを V，円周上の電場の強さを E とすると，「$V=Ed$」より



$$V=E\cdot2\pi R$$

一方，磁束の変化 $\Delta\Phi$ は「$\Phi=BS$」より $\Delta\Phi=\Delta\overline{B}\cdot\pi R^2$ となり，誘導起電力の大きさ V は

$$V=1\cdot\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\pi R^2\cdot\frac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}$$

以上2式から　$2\pi RE=\pi R^2\dfrac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}$　　よって　$E=\dfrac{R}{2}\cdot\dfrac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}$

したがって，電子が受ける力の大きさ F は　$F=eE=\boldsymbol{\dfrac{eR}{2}\cdot\dfrac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}}$

(3) 「運動量の変化＝力積」より

$$\Delta P=F\Delta t=\frac{eR}{2}\cdot\frac{\Delta\overline{B}}{\Delta t}\cdot\Delta t=\boldsymbol{\frac{eR}{2}\Delta\overline{B}}$$

(4) 増加後の円周上の磁束密度は $B+\Delta B$ であり，電子の速さを $v+\Delta v$ として

$$m\frac{(v+\Delta v)^2}{R}=e(v+\Delta v)(B+\Delta B)$$

ゆえに　$m(v+\Delta v)=e(B+\Delta B)R$

よって，運動量の増加量 $m\Delta v$ は　$m\Delta v=eR\Delta B$ [1]←

これが(3)で求めた ΔP と一致するから，

$$\Delta P=m\Delta v\ より\quad \frac{eR}{2}\Delta\overline{B}=eR\Delta B$$

よって　$\boldsymbol{\Delta B=\dfrac{1}{2}\Delta\overline{B}}$ [2]←

←[1]　(1)の $P=eRB$ より変化する量は B だけだから

$$\Delta P=eR\Delta B$$

となる。

←[2]　このことから，ベータトロンの磁場は中心部ほど大きく周辺に向かうにつれて減少していることがわかる。

33 交流の実効値

解答　(1) 50 Hz　(2) 1.0 A　(3) 1.4 A

指針　交流電源に抵抗だけをつないだ場合，抵抗を流れる交流電流は交流電圧といっしょに変動し，オームの法則が適用できる。交流電流の最大値 I_0 と実効値 I_e の

間には　$I_e = \dfrac{1}{\sqrt{2}} I_0$　の関係がある。

解説　(1)　交流電流は交流電圧といっしょに変動するので，$f = 50$ **Hz**

(2)　オームの法則より[1]←

$$I_e = \frac{100\ \mathrm{V}}{100\ \Omega} = \mathbf{1.0\ A}$$

(3)　「$I_e = \dfrac{1}{\sqrt{2}} I_0$」より

$$I_0 = \sqrt{2}\, I_e = 1.41 \times 1.0 \fallingdotseq \mathbf{1.4\ A}$$

←[1]　オームの法則を使うときは，電圧・電流とも実効値で使うか，電圧・電流とも最大値で使う。

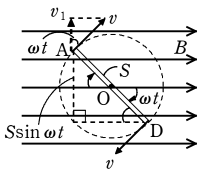
34 交流の発生

解答　(ア)　$Bab\sin\omega t$　(イ)　$\dfrac{b\omega}{2}$　(ウ)　$\dfrac{b\omega}{2}\cos\omega t$　(エ)　$Bab\omega\cos\omega t$

(オ)　$Bab\omega\cos\omega t$　(カ)　$\dfrac{Bab\omega}{R}\cos\omega t$　(キ)　A → B → C → D → A

指針　一様な磁場の中でコイルを一定の速さで回転させると，コイルには誘導起電力が生じる。この誘導起電力はコイル内を貫く磁束の変化によって生じると考えることができ，レンツの法則にしたがう。コイルの回転角は時間によって変化するので，誘導起電力も時間によって変化する。

解説　(ア)　コイルを辺 AD 側から見ると右図のようになる。



コイルを貫く磁束「$\Phi = BS$」より

$$\Phi = B \times S\sin\omega t$$
$$= \boldsymbol{Bab\sin\omega t}\ [\mathrm{Wb}]$$

(イ)　半径が $\dfrac{b}{2}$ [m] の等速円運動とみなせるので，等速円運動する物体の速さの式

「$v = r\omega$」より　$v = \dfrac{b}{2} \times \omega = \boldsymbol{\dfrac{b\omega}{2}}$ [m/s]

(ウ)　AB(CD) の磁場に垂直な方向の速度成分の大きさを v_1 [m/s] とする。図より

$$v_1 = v\cos\omega t = \boldsymbol{\frac{b\omega}{2}\cos\omega t}\ [\mathrm{m/s}]$$

(エ)　AB と CD は，それぞれ速さ v_1 [m/s] で磁場を垂直に横切るので，磁場の方向から見たコイルの面積の変化率 (単位時間当たりの面積の変化) は

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = av_1 \times 2 = ab\omega\cos\omega t\ [\mathrm{m^2/s}]$$

よって，磁束の変化率は　$\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\left(\dfrac{\Delta S}{\Delta t}\right) = \boldsymbol{Bab\omega\cos\omega t}$ [Wb/s]

(オ)　コイルに生じる誘導起電力の式「$V = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$」より

$$V = \boldsymbol{Bab\omega\cos\omega t}\ [\mathrm{V}]$$ [1]←

(カ)　オームの法則「$I = \dfrac{V}{R}$」より　$I = \boldsymbol{\dfrac{Bab\omega}{R}\cos\omega t}$ [A]

(キ)　レンツの法則により，コイルを貫く磁束が増えるのを打ち消すような向きに，誘導電流が流れるので，**A → B → C → D → A** の向き。

←[1]　別解　速さ v_1 で磁場を垂直に横切る AB と CD には，それぞれ v_1Ba [V] の誘導起電力が生じるので，コイルには

$$V = v_1Ba \times 2$$
$$= Bab\omega\cos\omega t\ [\mathrm{V}]$$

の起電力が生じる。

35 変圧器

解答　(1)　2.5　(2)　3.8　(3)　8.1

指針　変圧器での交流電圧の比は，一次コイルと二次コイルの巻数の比に等しく，負荷にはよらない。また，電力損失が無視できる変圧器では，一次コイルの電力と二次コイルの電力が等しい。

解説　(1)　S を開いた状態で，一次側からの供給電力を $P_1 (= I_1V_1)$ [W]，二次側での消費電力を $P_2 (= I_2V_2)$ [W] とする。

$P_1 = 0.12 \times 100 = 12$ W

$P_1 = P_2 = I_2V_2$ より

$12 = 2.0V_2$　ゆえに　$V_2 = 6.0$ V

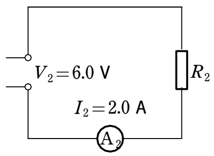


図 1

電流計 A_2 の内部抵抗を $r (= 0.50\ \Omega)$ とすると，二次側は R_2 と r の直列回路となる (図 1)。よって，$V_2 = (R_2 + r)I_2$ より

$6.0 = (R_2 + 0.50) \times 2.0$　ゆえに　$R_2 = \mathbf{2.5\ \Omega}$

(2)　S を閉じると，R_2，R_2' は並列接続となる (図 2)。R_2，R_2' に加わる電圧を V [V]，R_2，R_2'，電流計 A_2 に流れる電流を，それぞれ i_2，i_2' および $I_2' (= 3.0\ \mathrm{A})$ とすると，

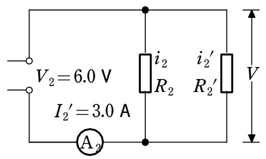


図 2

$V_2 = V + rI_2'$ より

$V = V_2 - rI_2' = 6.0 - 0.50 \times 3.0 = 4.5$ V

$i_2 + i_2' = 3.0$ A，$i_2 = \dfrac{V}{R_2} = \dfrac{4.5}{2.5} = 1.8$ A より

$i_2' = 1.2$ A

よって，$V = R_2'i_2'$ より　$R_2' = \dfrac{V}{i_2'} = \dfrac{4.5}{1.2} = 3.75 \fallingdotseq \mathbf{3.8\ \Omega}$

(3)　このときの R_2 の消費電力を p_2 [W] とする。電力の式「$P = \dfrac{V^2}{R}$」より

$$p_2 = \frac{V^2}{R_2} = \frac{4.5^2}{2.5} = \mathbf{8.1\ W}$$ [1]←

←[1]　別解　$p_2 = i_2V = 1.8 \times 4.5 = 8.1$ W

36 送電

解答　(1)　$\dfrac{1}{10}$ 倍　(2)　$\dfrac{1}{100}$ 倍

指針　一定の電力 $P = IV$ を送電する場合，変圧器で電圧 V を上げることによって，送電電流 I を小さくすれば，送電線 (抵抗 R) での電力損失 $P' = I^2R$ を小さく抑えることができる。

解説　(1)　送電する電力 P が同じとき，$P = IV$ より，送電電圧 V を 10 倍にすると送電電流 I は $\mathbf{\dfrac{1}{10}}$ **倍**になる。

(2)　送電線で発生する単位時間当たりのジュール熱 P' は，送電線の抵抗値を R とすると $P' = I^2R$ と表されるから，送電電流 I を $\dfrac{1}{10}$ 倍 (送電電圧を 10 倍) にすると，送電線で失われる電力は $\mathbf{\dfrac{1}{100}}$ **倍**になる[1]←。

←[1]　このように，送電電圧が高いほうが，送電中の電力損失が少なくなる。

37 交流の性質

解答　(a)　f によらない　(b)　f が大きいほど電流は流れにくい　(c)　$\dfrac{\pi}{2}$ 遅れる

(d)　$\dfrac{\pi}{2}$ 進む　(e)　$\dfrac{1}{2\pi fC}$

指針　交流に対する抵抗・コイル・コンデンサーの性質の違いを理解する。

解説　(a)　$\boldsymbol{f}$ **によらない**。

(b)　コイルのリアクタンス $\omega L = 2\pi fL$ より，$\boldsymbol{f}$ **が大きいほど電流は流れにくい** ($\boldsymbol{f}$ **が小さいほど電流は流れやすい**)。

(c)　$\boldsymbol{\dfrac{\pi}{2}}$ **遅れる**　(d)　$\boldsymbol{\dfrac{\pi}{2}}$ **進む**　(e)　$\dfrac{1}{\omega C} = \boldsymbol{\dfrac{1}{2\pi fC}}$

38 交流回路

解答　(1)　R : 40 Ω，　X_L : 30 Ω，　X_C : 60 Ω

(2)　I_R : 1.5 A，　I_L : 1.0 A，　I_C : 2.0 A

指針　コイルのリアクタンス　「$X_L = \omega L = 2\pi fL$ [Ω]」　(X_L は f に比例)

コンデンサーのリアクタンス　「$X_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{2\pi fC}$ [Ω]」　(X_C は f に反比例)

周波数 f が大きいほど，交流は，コイルでは流れにくく，コンデンサーでは流れやすいこと，また，抵抗では f によらないことを覚えておきたい。

解説　(1)　$R = \dfrac{V_e}{I_{Re}} = \dfrac{60}{1.5} = \mathbf{40\ \Omega}$

$X_L = \dfrac{V_e}{I_{Le}} = \dfrac{60}{2.0} = \mathbf{30\ \Omega}$，$X_C = \dfrac{V_e}{I_{Ce}} = \dfrac{60}{1.0} = \mathbf{60\ \Omega}$

(2)　抵抗の場合，周波数によらないので　$I_R = I_{Re} = \mathbf{1.5\ A}$

コイルの場合，リアクタンスが 2 倍になるので

$$I_L = \frac{V_e}{X_L'} = \frac{60}{30 \times 2} = \mathbf{1.0\ A}$$

コンデンサーの場合，リアクタンスが $\dfrac{1}{2}$ 倍になるので

$$I_C = \frac{V_e}{X_C'} = \frac{60}{\frac{60}{2}} = \mathbf{2.0\ A}$$

39 交流回路

解答　(1)　電流：$\dfrac{V_0}{R}\sin\omega t$，　電力：$\dfrac{V_0^2}{2R}$

(2)　電流：$\dfrac{V_0}{\omega L}\sin\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$，　電力：0

(3)　電流：$\omega CV_0\sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$，　電力：0

指針　各素子を流れる電流を表す式は，抵抗，リアクタンスと，電圧に対する電流の位相のずれを考慮して求める。

解説　(1)　抵抗に流れる電流 I_R の位相は電圧 V と同じなので

$$I_R = \frac{V}{R} = \boldsymbol{\frac{V_0}{R}\sin\omega t}$$

電流，電圧の実効値を I_e，V_e とし，電流の最大値を $I_0\left(=\frac{V_0}{R}\right)$ とする。抵抗での平均電力は

$$\overline{P_R}=I_eV_e=\frac{I_0}{\sqrt{2}}\times\frac{V_0}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}I_0V_0=\boldsymbol{\frac{V_0{}^2}{2R}}$$

(2)　コイルに流れる電流 I_L の位相は電圧 V より $\frac{\pi}{2}$ 遅れ，また，リアクタンスが $X_L=\omega L$ なので

$I_L=\frac{V}{X_L}=\boldsymbol{\frac{V_0}{\omega L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)}$　（あるいは $\boldsymbol{-\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t}$ [1]←）

コイルでの平均電力は　$\overline{P_L}=\boldsymbol{0}$

(3)　コンデンサーに流れる電流 I_C の位相は電圧 V より $\frac{\pi}{2}$ 進み，また，リアクタンスが $X_C=\frac{1}{\omega C}$ なので

$I_C=\frac{V}{X_C}=\boldsymbol{\omega CV_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)}$　（あるいは $\boldsymbol{\omega CV_0\cos\omega t}$ [2]←）

コンデンサーでの平均電力は　$\overline{P_C}=\boldsymbol{0}$

←[1]　三角関数の公式

$\sin(-\theta)=-\sin\theta$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$

を使用

$$\frac{V_0}{\omega L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{V_0}{\omega L}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\omega t\right)$$
$$=-\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t$$

←[2]　公式 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$ を使用

40 交流回路の消費電力

解答　(1)　200 Ω　(2)　87 V　(3)　1.8×10^{-5} F　(4)　$\overline{P_R}$: 25 W，$\overline{P_C}$: 0 W

指針　コンデンサーのリアクタンス(抵抗のはたらき)は　$\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}$ [Ω]

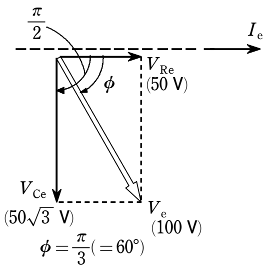
R，C 直列回路のインピーダンス(抵抗のはたらき)は　$Z=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ [Ω]

電源電圧(実効値) V_e，回路の電流(実効値) I_e の関係式は　$I_e=\frac{V_e}{Z}$

解説　(1)　$V_e=100$ V，$I_e=0.5$ A より

$$Z=\frac{V_e}{I_e}=\frac{100}{0.5}=\boldsymbol{200\ \Omega}$$

(2)　R，C 直列回路の，R，C 共通の電流 I_e に対して，R に加わる電圧 V_{Re} は同位相，C に加わる電圧 V_{Ce} の位相は $\frac{\pi}{2}$ 遅れる(右図)。



V_{Re}，V_{Ce} と電源電圧 V_e との関係は，右のベクトル図から，三平方の定理より

$$V_e{}^2=V_{Re}{}^2+V_{Ce}{}^2$$

一方　$V_{Re}=RI_e=100\times0.5=50$ V

よって　$V_{Ce}=\sqrt{V_e{}^2-V_{Re}{}^2}=\sqrt{100^2-50^2}=50\sqrt{3}\fallingdotseq\boldsymbol{87\ V}$

(3)　コンデンサーに加わる電圧 V_{Ce}，流れる電流 I_e，リアクタンス $X_C\left(=\frac{1}{\omega C}\right)$ の関係 $I_e=\frac{V_{Ce}}{X_C}$ より

$$X_C=\frac{V_{Ce}}{I_e}=\frac{50\sqrt{3}}{0.5}=100\sqrt{3}\ \Omega$$

一方　$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\pi\times50C}=\frac{1}{100\pi C}$ [Ω]

よって　$\frac{1}{100\pi C}=100\sqrt{3}$

ゆえに　$C=\frac{1}{\sqrt{3}\pi\times10^4}=\frac{\sqrt{3}\times10^{-4}}{3\pi}\fallingdotseq\boldsymbol{1.8\times10^{-5}\ F}$ [1]←

(4)　$\overline{P_R}=I_eV_{Re}$ [2]← $=0.5\times50=\boldsymbol{25\ W}$

コンデンサーでは電力 P_C の時間平均は 0 になる(電力を消費しない)。

$\overline{P_C}=\boldsymbol{0\ W}$ [2]←

←[1]　別解

$Z=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$ に，$Z=200$ Ω，$R=100$ Ω，$f=50$ Hz を代入し，C を求めてもよい。

←[2]　参考　回路全体の消費電力(平均値) $\overline{P}$ は，電源電圧 V_e，電流 I_e，V_e と I_e の位相差 ϕ (前図)を使って，次のように表される。

$\overline{P}=\overline{P_R}+\overline{P_C}=\overline{P_R}+0=\overline{P_R}=I_eV_{Re}$

$V_{Re}=V_e\cos\phi$ (前図)より　$\overline{P}=I_eV_e\cos\phi$

$\cos\phi$ を力率という。

41 共振回路

解答　(1)　X_L : $2\pi fL$，X_C : $\frac{1}{2\pi fC}$　(2)　$\sqrt{V_{Re}{}^2+(V_{Le}-V_{Ce})^2}$　(3)　$\frac{V_{Re}}{R}$

(4)　回路を流れる電流が大きくなるということは，インピーダンスが小さくなっている。インピーダンスを Z とすると (2) の式は

$$V_e=\sqrt{V_{Re}{}^2+(V_{Le}-V_{Ce})^2}=ZI_e$$
$$\sqrt{(RI_e)^2+(X_LI_e-X_CI_e)^2}=ZI_e$$

よって　$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{R^2+\left(2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$

Z の要素で周波数によって変化するのは　$2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}$

したがって，この部分が 0 に近づき，Z が R に近づいていく。

(5)　$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

指針　直列接続された抵抗，コイル，コンデンサーを交流電源につなぐと，それぞれの素子を流れる電流は同じになるが，それぞれの両端に加わる電圧の位相が異なる。回路全体での抵抗のはたらき(インピーダンス)は，交流電源の周波数によって変化する。インピーダンスが最小(コイルのリアクタンスとコンデンサーのリアクタンスが等しい)のとき，回路を流れる電流は最大となり，この現象を共振という。

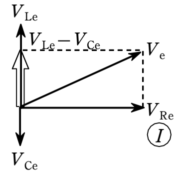
解説　(1)　コイルのリアクタンスの式より

$$X_L=\omega L=\boldsymbol{2\pi fL}$$

コンデンサーのリアクタンスの式より

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\boldsymbol{\frac{1}{2\pi fC}}$$

(2)　回路を流れる電流 I を基準とすると，V_{Re} は同位相。V_{Le} は $\frac{\pi}{2}$ 進み，V_{Ce} は $\frac{\pi}{2}$ 遅れるので，それぞれをベクトル表示すると，図のようになる。



よって

$$V_e=\boldsymbol{\sqrt{V_{Re}{}^2+(V_{Le}-V_{Ce})^2}}$$

(3)　抵抗 R に注目してオームの法則より

$$I_e=\boldsymbol{\frac{V_{Re}}{R}}$$

(4)　回路を流れる電流が大きくなるということは，インピーダンスが小さくなっている。インピーダンスを Z とすると (2) の式は

$$V_e=\sqrt{V_{Re}{}^2+(V_{Le}-V_{Ce})^2}=ZI_e$$
$$\sqrt{(RI_e)^2+(X_LI_e-X_CI_e)^2}=ZI_e$$

よって　$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{R^2+\left(2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$ [1]←

Z の要素で周波数によって変化するのは　$2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}$

したがって，この部分が 0 に近づき，Z が R に近づいていく。

(5)　I_e が最大になるのは，Z が最小になる　$2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}=0$　のときであるから

$$2\pi f_0L-\frac{1}{2\pi f_0C}=0$$

よって　$f_0=\boldsymbol{\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$ [2]←

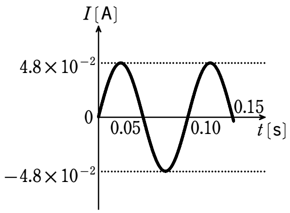
←[1]　(1) の結果を代入。

←[2]　f_0 を共振周波数という。

42 電気振動

解答　(1)　1.3×10^{-4} F

(2)　右図，4.8×10^{-2} A

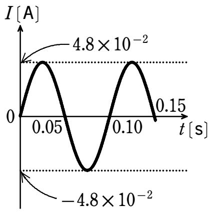


指針　充電されたコンデンサーとコイルを接続すると一定の周期で向きが変わる電流(振動電流)が流れる。この振動の周期は $T=2\pi\sqrt{LC}$ で表される。また，回路の抵抗が 0 であれば，コンデンサーが蓄えるエネルギーとコイルが蓄えるエネルギーの和は常に一定に保たれる。

解説　(1)　振動回路での周期の式「$T=2\pi\sqrt{LC}$」より

$$C=\frac{T^2}{4\pi^2L}=\frac{0.10^2}{4\times3.14^2\times2.0}{}^{[1]\leftarrow}\fallingdotseq\mathbf{1.3\times10^{-4}\,F}$$

(2)　コイルを流れる電流の位相は電圧より $\frac{\pi}{2}$ $\left(時間差\ \frac{T}{4}\right)$ だけ遅れる。また，電気振動においては，回路の電気抵抗が 0 であればエネルギーが保存されるので $\frac{1}{2}CV_0{}^2=\frac{1}{2}LI_0{}^2$ より



$$I_0=\sqrt{\frac{C}{L}}\,V_0=\sqrt{\frac{T^2}{4\pi^2L^2}}\,V_0=\frac{TV_0}{2\pi L}{}^{[2]\leftarrow}$$

$$=\frac{0.10\times6.0}{2\times3.14\times2.0}\fallingdotseq\mathbf{4.8\times10^{-2}\,A}$$

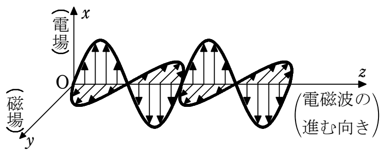
←[1]　図２より　$T=0.10$ s である。

←[2]　やみくもに値を代入せずに文字式を整理してから数値を代入する (計算が楽になる場合が多い)。

43 電磁波

解答　(1)　電場 (電界)

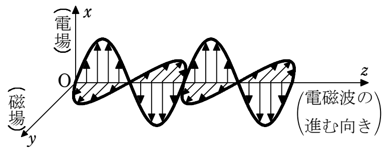
(2)　磁場 (磁界)



指針　電場と磁場は，進行方向に垂直に同位相で振動しながら，空間を伝わっていく。

解説　(1)　**電場 (電界)**

(2)　**磁場 (磁界)**



44 R，L，C 直列の交流回路

解答　(1)　$\dfrac{V_e}{\sqrt{R^2+\left(2\pi fL-\dfrac{1}{2\pi fC}\right)^2}}$　(2)　$\dfrac{RV_e}{\sqrt{R^2+\left(2\pi fL-\dfrac{1}{2\pi fC}\right)^2}}$

(3)　$\dfrac{RV_e{}^2}{R^2+\left(2\pi fL-\dfrac{1}{2\pi fC}\right)^2}$　(4)　f が 637 Hz のとき　100 W

指針　抵抗 R での消費電力の時間平均 $\overline{P}\ (=I_e{}^2R)$ が最大になるのは，回路の電流 I_e (実効値) が最大になるときである。$I_e\left(=\dfrac{V_e}{Z}\right)$ はインピーダンス Z に反比例するので，Z が最小になるとき $\overline{P}$ は最大になる。

解説　(1)　R，L，C 直列回路のインピーダンス $Z=\sqrt{R^2+\left(2\pi fL-\dfrac{1}{2\pi fC}\right)^2}$ より

$$I_e=\frac{V_e}{Z}=\frac{\boldsymbol{V_e}}{\sqrt{\boldsymbol{R^2+\left(2\pi fL-\dfrac{1}{2\pi fC}\right)^2}}}$$

(2)　$V_{Re}=RI_e=\dfrac{RV_e}{Z}=\dfrac{\boldsymbol{RV_e}}{\sqrt{\boldsymbol{R^2+\left(2\pi fL-\dfrac{1}{2\pi fC}\right)^2}}}$

(3)　$\overline{P}=I_eV_{Re}=\left(\dfrac{V_e}{Z}\right)\left(\dfrac{RV_e}{Z}\right)=\dfrac{RV_e{}^2}{Z^2}=\dfrac{\boldsymbol{RV_e{}^2}}{\boldsymbol{R^2+\left(2\pi fL-\dfrac{1}{2\pi fC}\right)^2}}$

(4)　$\overline{P}=\dfrac{RV_e{}^2}{Z^2}$ より，$\overline{P}$ が最大になるのは，Z が最小となるときなので

$$2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}=0\qquad よって\quad f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}{}^{[1]\leftarrow}$$

与えられた数値を代入して

$$f=\frac{1}{2\times3.14\sqrt{(2.5\times10^{-2})\times(2.5\times10^{-6})}}=\frac{1}{2\times3.14\times2.5\times10^{-4}}$$

$$=\frac{10^4}{15.7}\fallingdotseq\mathbf{637\,Hz}$$

このとき，$Z=R$ となるので，(3) の $\overline{P}=\dfrac{RV_e{}^2}{Z^2}$ より

$$\overline{P}_{max}=\frac{V_e{}^2}{R}=\frac{100^2}{100}=\mathbf{100\,W}$$

←[1]　この周波数を共振周波数という。

45 R，L 直列の直流および交流回路

解答　(1)　15 Ω　(2)　25 Ω　(3)　5.3×10^{-2} H

指針　交流回路で抵抗，コイルが接続されていると，回路全体での抵抗のはたらき (インピーダンス) が生じる。これは直流回路での抵抗に当てはめて考えることができる。

　また，同じ回路であっても電流が直流であるか交流であるかによってふるまい方が変わる。コイルは直流の場合，単純に導線として扱えるが，交流の場合，抵抗のはたらきをもつようになる。

解説　(1)　直流回路のグラフ (a) より $V=30$ V の所を読みとって，オームの法則「$I=\dfrac{V}{R}$」より[1]←

$$R=\frac{V}{I}=\frac{30}{2.0}=\mathbf{15\,\Omega}$$

(2)　交流回路のグラフ (b) より $V=50$ V の所を読みとって，$I=\dfrac{V}{Z}$ より

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{50}{2.0}=\mathbf{25\,\Omega}$$

(3)　(2) の結果より

$$Z=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}=25$$

$$=\sqrt{15^2+(\omega L)^2}=25^{[2]\leftarrow}$$

よって　$\omega L=20$

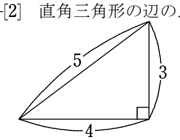
$2\pi fL=20$

$2\times3.14\times60\times L=20$

$\boldsymbol{L\fallingdotseq5.3\times10^{-2}\,H}$

←[1]　直流回路においてはコイルは導線とみなせて，抵抗は 0 となる。

←[2]　直角三角形の辺の比より



長辺 25 ならば他の辺は 20，15 となる。

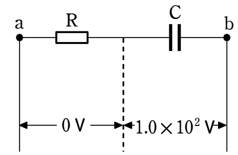
46 L，C 並列回路

解答　(1)　2.5×10^{-3} J　(2)　$1.0\times10^2\ \Omega$　(3)　1.0 J

(4)　X_C：$\dfrac{10^6}{\pi f}$ [Ω]，X_L：$\pi f\times10^{-2}$ [Ω]　(5)　3.2×10^3 Hz

指針　直流回路においては，十分に時間が経過するとコンデンサーは電気を通さない素子，コイルは電気をよく通す素子としてはたらく。一方，交流回路ではコンデンサー，コイルのリアクタンスが交流周波数によって変化するので，両方のリアクタンスが等しくなれば，同じ電流が流れることになる。本問ではコンデンサーとコイルの部分だけで電流 (振動電流) が流れ続ける。この現象を電気振動という。

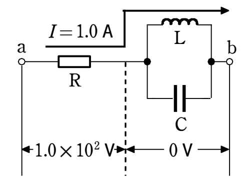
解説　(1)　右図のような状態で十分に時間がたつと，コンデンサーが充電され，回路に電流が流れない。R での電圧降下がなくなり，電源電圧はすべて C に加わる。コンデンサーに蓄えられるエネルギー「$U=\dfrac{1}{2}CV^2$」より



$$U_1=\frac{1}{2}\times(5.0\times10^{-7})\times(1.0\times10^2)^2=\mathbf{2.5\times10^{-3}\,J}$$

(2)　L が接続されると，電流は並列部分では L 側へ流れる。L では電圧降下がないので，電源電圧は R での電圧降下と等しくなる。

オームの法則「$V=RI$」より



$$R=\frac{V}{I}=\frac{1.0\times10^2}{1.0}=\mathbf{1.0\times10^2\,\Omega}$$

(3)　コイルに蓄えられるエネルギー「$U=\dfrac{1}{2}LI^2$」より

$$U_2=\frac{1}{2}\times(5.0\times10^{-3})\times20^2=\mathbf{1.0\,J}$$

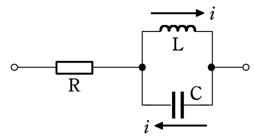
(4)　コンデンサーのリアクタンスの式「$X_C=\dfrac{1}{\omega C}$」より

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\pi f\times(5.0\times10^{-7})}=\boldsymbol{\frac{10^6}{\pi f}}\,[\Omega]$$

コイルのリアクタンスの式「$X_L=\omega L$」より

$$X_L=2\pi fL=2\pi f\times(5.0\times10^{-3})=\boldsymbol{\pi f\times10^{-2}}\,[\Omega]$$

(5)　L と C は並列接続なので加わる電圧は共通である。この電圧に対して L での電流は $\dfrac{\pi}{2}$ 遅れ，C での電流は $\dfrac{\pi}{2}$ 進むので，両者の間の位相差は π である。これは L を流れる電流と C を流れる電流が逆向きになることを表している。この電流が等しければ，電流は並列部分のみで行き来し，R に流れない。そのためには L と C のリアクタンスが等しければよいので $X_L=X_C$ より



$$2\pi f_0 L=\frac{1}{2\pi f_0 C}$$

よって　$f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$=\frac{1}{2\pi\sqrt{(5.0\times10^{-3})\times(5.0\times10^{-7})}}$$

$$=\frac{10^4}{\pi}\fallingdotseq \mathbf{3.2\times10^3\ Hz}$$ [1]←

←[1]　別解　$f=f_0$ のとき

$X_L=X_C$ より　$\pi f_0\times10^{-2}=\dfrac{10^6}{\pi f_0}$

よって　$f_0=\dfrac{10^4}{\pi}\fallingdotseq 3.2\times10^3$ Hz

47 振動回路とばねの振動

解答　（ア）$\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$　（イ）$\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$　（ウ）L　（エ）C　（オ）$\dfrac{1}{C}$

（カ）$\dfrac{1}{2}kx^2$　（キ）$\dfrac{Q^2}{2C}$　（ク）Q　（ケ）$\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$　（コ）I

（サ）$\dfrac{1}{2}LI^2$

指針　電気振動と力学的な振動（単振動）を対応させると電気振動のイメージをかきやすくなる。電気振動においてコイルのインダクタンスが大きいと，自己誘導による逆起電力が大きく電流が流れにくくなることと，単振動においておもりの質量が大きいとおもりは動きづらくなることの対応より，インダクタンスは回路において慣性のはたらきをしている。

解説　（ア）単振動の振動数の式より

$$f_1=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

（イ）振動回路の固有周波数の式より

$$f_2=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

（ウ）f_1 と f_2 を比べると m は $\boldsymbol{L}$ に対応する。

（エ）$\boldsymbol{C}$　（オ）$\dfrac{1}{C}$　（カ）$\dfrac{1}{2}kx^2$　（キ）$\dfrac{Q^2}{2C}$

（ク）（カ）と（キ）を比べると x は $\boldsymbol{Q}$ に対応する。

（ケ）速さの定義より　$v=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

（コ）電流の定義より　$I=\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$

（サ）物体の運動エネルギーは　$K=\dfrac{1}{2}mv^2$。$m\to L$，$v\to I$ の対応より

$$\frac{1}{2}LI^2$$