

高3 物理総合 S・SA～後期第1回～<解答>◆力学①◆

<予習問題>

【1】問1 ③ 問2 ④

【2】問1 (1) ① (2) ⑧ 問2 (3) ② (4) ①

<演習問題>

【1】(1) ア：底面に落下するまでの時間は自由落下と同じであるから、 $L = \frac{1}{2}gt^2$ より、

$$t = \sqrt{\frac{2L}{g}} \quad \text{よって } t_0 = 2\sqrt{\frac{2L}{g}}$$

イ：その時間に水平方向の移動距離 L より、 $v_0 = L \div 2\sqrt{\frac{2L}{g}}$ の初速度である。

$$\text{よって } v_0 = \frac{\sqrt{2gL}}{4}$$

ウ：次に、右の壁面、底面、左の壁面の順に衝突し、B 点に到達したときを考える。

鉛直方向の動き（時間 t_0 ）は前問と同じであるが、水平方向の移動は1往復半なので $3L$ となる。よって、水平方向の初速度は3倍になるので、 $v_1 = 3v_0$

(2) エ、オ：底面の衝突が非弾性衝突（反発係数 e ）になる場合、水平方向は

弾性衝突なので速さは変わらず $v_1 = 3v_0 = \frac{3\sqrt{2gL}}{4}$ になり、床に落下する時間は、

$$\frac{2L}{v_1} \leq t_1 < \frac{3L}{v_1} \quad \text{より、} \quad \frac{4\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{L}{g}} \leq t_1 < \frac{4\sqrt{2}}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}$$

自由落下と同じ $\sqrt{\frac{2L}{g}}$ 、床面に衝突する直前の速さは $\sqrt{2gL}$ である。衝突直後の

速さは $e\sqrt{2gL}$ であり、床面で衝突してから再び床面に落下する時間は

$$\frac{2e\sqrt{2gL}}{g} = 2e\sqrt{\frac{2L}{g}} \quad \text{になり、} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2L}{g}} + 2e\sqrt{\frac{2L}{g}} \quad \text{である。}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{L}{g}} \leq \sqrt{\frac{2L}{g}} + 2e\sqrt{\frac{2L}{g}} < \frac{4\sqrt{2}}{2}\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{より } \frac{1}{6} \leq e < \frac{1}{2}$$

$$\text{よってウ：} \frac{1}{6} \quad , \quad \text{エ：} \frac{1}{2}$$

カ：水平初速度 v_1 のとき、床面に落下する位置は床面の中央であり、左の壁面までの

距離は $\frac{L}{2}$ になる。よって、床面から左の壁面に衝突するまでの時間は $\frac{L}{2} \div v_1 = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{L}{g}}$

$$\text{よって } h = -\frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{L}{g}}\right)^2 + e\sqrt{2gL} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{より } h = \frac{(6e-1)L}{9}$$

キ：斜め下方に打ち出したとき、床面に衝突し、直接 B 点に鉛直方向速度ゼロで

達する。等加速度運動の公式より、床面で衝突した直後の鉛直方向成分 v は

$$0^2 - v^2 = -2gL \quad \text{を満たすから } v = \sqrt{2gL}$$

ク：衝突直前の速度の鉛直成分は $\frac{\sqrt{2gL}}{e}$ である。打ち出した初速度の鉛直成分を v_y と

$$\text{すると, } \left(\frac{\sqrt{2gL}}{e}\right)^2 - v_y^2 = 2gL \text{ なので, } v_y = \frac{\sqrt{2(1-e^2)gL}}{e}$$

ケ：A 点から床面までの時間 t_2 は等加速度運動の公式より $\frac{\sqrt{2gL}}{e} = \frac{\sqrt{2(1-e^2)gL}}{e} + gt_2$ を

満たす。よって, $t_2 = \frac{1-\sqrt{1-e^2}}{e} \sqrt{\frac{2L}{g}}$ になり, 床面から B 点までの

時間は $t = \sqrt{\frac{2L}{g}}$, A 点から B 点までの時間は $\frac{1+e-\sqrt{1-e^2}}{e} \sqrt{\frac{2L}{g}}$

【2】

問1 力学的エネルギー保存則より, 重力による位置エネルギーの基準を点 B を通る

$$\text{水平面にとって } mgh = mg \cdot \frac{h}{2} + \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \therefore v_0 = \sqrt{gh}$$

問2 小物体が停止した点を E, 点 E と点 C との間の斜面に沿って測った距離を l とする。重力がした仕事 W_G は, EC 間の鉛直方向の距離が $l\sin\theta$ であるから

$$W_G = -mgl\sin\theta$$

動摩擦力がした仕事 W_f は, EC 間で小物体にはたらく垂直抗力を N とすると,

$$W_f = -\mu'N \cdot l = -\mu'mg\cos\theta \cdot l$$

したがって, 小物体の運動エネルギーの変化は, 小物体にされた仕事に等しいことより

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - mgl\sin\theta - \mu'mgl\cos\theta = 0$$

$$\therefore l = \frac{v_0^2}{2g(\sin\theta + \mu'\cos\theta)} = \frac{(\sqrt{gh})^2}{2g(\sin\theta + \mu'\cos\theta)} = \frac{h}{2(\sin\theta + \mu'\cos\theta)}$$

問3 点 E で小物体が停止しているときにはたらく静止摩擦力を F とすると,

力のつりあいの式は斜面に沿った方向では

$$F = mg\sin\theta$$

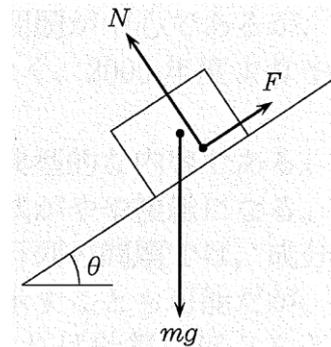
斜面に垂直な方向では

$$N = mg\cos\theta$$

小物体が斜面をすべり降りないためには, この静止摩擦力が最大摩擦力以下であればよい。したがって

$$F \leq \mu N \quad \therefore mg\sin\theta \leq \mu mg\cos\theta$$

$$\therefore \mu \geq \tan\theta$$



問4 小物体と台にはたらく力のうち, 水平方向の成分をもつ力は, 両者の間で及ぼし合う垂直抗力 N だけであり, 小物体と台をひとつの物体系とみると, これらの力は作用反作用の関係にあり, 内力である。したがって, この物体系には, 水平方向に外力によって力積が加わらないから, 水平方向には運動量保存則が成立する。 v_1 , V_1 とも, 右向きが正であることを注意して

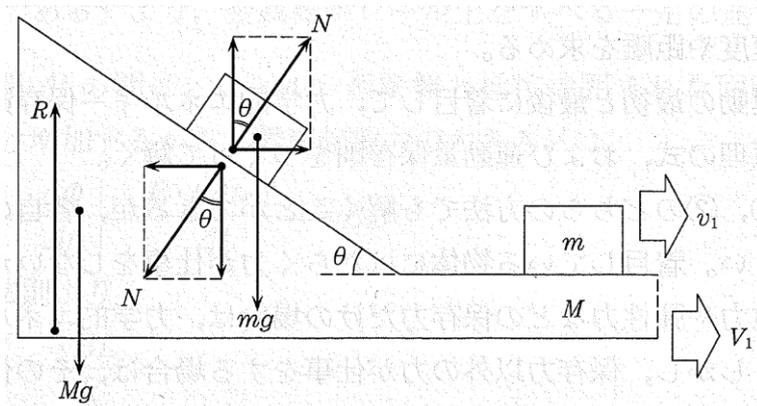
$$0 = mv_1 + MV_1$$

この物体系にはたらく外力のうち、床から台にはたらく垂直抗力 R は仕事をせず、小物体と台にはたらく重力は保存力であるから、力学的エネルギー保存則が成立する。

$$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}MV_1^2$$

また、台は小物体により、水平方向に左向き成分を含む力を受け、それ以外の水平方向の力を受けないから、 $V_1 < 0$ である。これらの式より

$$v_1 = \sqrt{\frac{2Mgh}{M+m}}, \quad V_1 = -\frac{m}{M}\sqrt{\frac{2Mgh}{M+m}}$$



<別解>

問2 EC間で、斜面に沿った方向の小物体の加速度を a とすると、運動方程式は

$$ma = -mg\sin\theta - \mu'N$$

斜面に垂直な方向の力のつりあいの式は

$$N = mg\cos\theta$$

したがって $a = -g(\sin\theta + \mu'\cos\theta)$

小物体は等加速度直線運動を行うので

$$0 - v_0^2 = 2al$$

$$0 - (\sqrt{gh})^2 = 2 \cdot \{-g(\sin\theta + \mu'\cos\theta)\} \cdot l$$

$$\therefore l = \frac{h}{2(\sin\theta + \mu'\cos\theta)}$$

