高 3 物理総合 S・SA
2025 年度後期

氏名

私立中高一貫校対象英語数学個別指導　スタディ・コラボ

学習内容

◆第１回　力学①◆

＜予習問題＞

【１】質量 M，長さ L の一様な細い棒 AB が，図１のようにその一端 A と，A から ℓ だけ離れた点 C で支えられている。棒の他端 B に下向きの力 F を徐々にかけていくと，$F=F_0$ で棒 AB は C を中心に回転を始める。ただし，ℓ は $\dfrac{L}{2}$ より大きく，重力加速度の大きさを g とする。

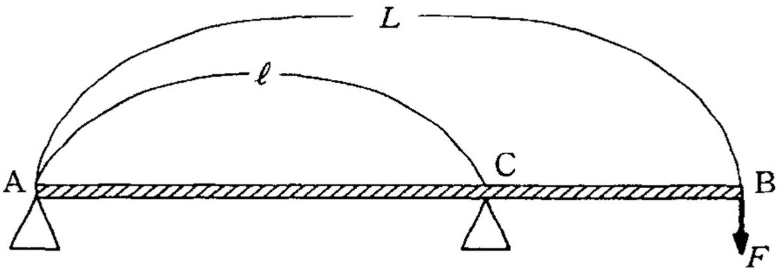
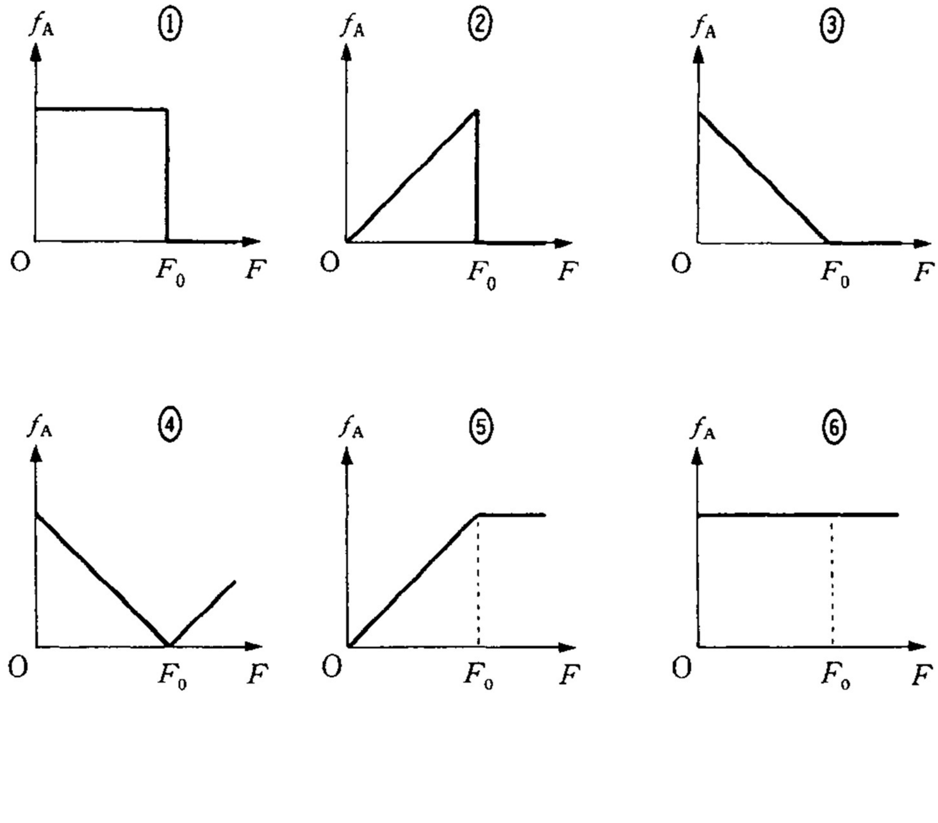


図１

問１　B にかかる下向きの力 F が増加すると，A の支点から棒が受ける力 f_A はどのように変化するか。正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。



問２　棒 AB が C を中心に回転を始めるときの力の大きさ F_0 はいくらか。

正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。

① $\dfrac{2\ell+L}{L+\ell}Mg$　② $\dfrac{2\ell-L}{L-\ell}Mg$　③ $\dfrac{2\ell+L}{2(L+\ell)}Mg$

④ $\dfrac{2\ell-L}{2(L-\ell)}Mg$　⑤ $\dfrac{2(L+\ell)}{2\ell+L}Mg$　⑥ $\dfrac{2(L-\ell)}{2\ell-L}Mg$

【２】水平面との傾き角が$\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$のなめらかな斜面がある。図１のように

その斜面を箱がすべり降りている。箱の中には，質量 m のおもりを天井からつるした振り子があって，箱に対して静止している。斜面に沿って下向きに x 軸，斜面に垂直下向きに y 軸をとる。重力加速度を g，振り子のひもの張力を T とする。また，振り子のひもの向きが y 軸となす角度 β は図１の向きを正とする。

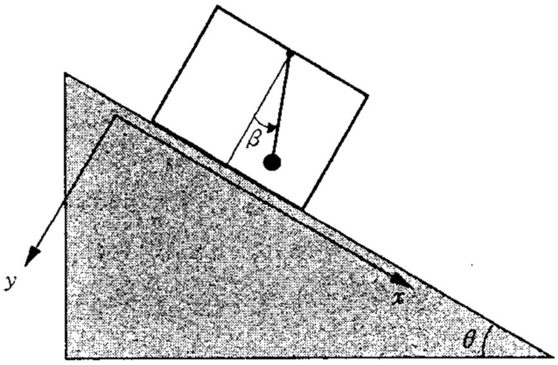


図　1

問１　振り子は箱に対して静止しているので，おもりの加速度は箱と同じであり，x 軸方向に a であるとする。振り子のおもりの運動方程式の x 成分と y 成分はそれぞれどうなるか。次の①～⑧のうちから正しいものを一つずつ選べ。

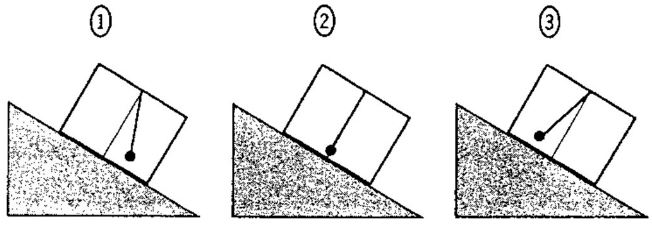
x 軸方向の運動方程式 $\boxed{\ 1\ }$　y 軸方向の運動方程式 $\boxed{\ 2\ }$

①　$ma = mg\sin\theta - T\sin\beta$	②　$0 = mg\sin\theta - T\sin\beta$
③　$ma = mg\sin\theta - T\cos\beta$	④　$0 = mg\sin\theta - T\cos\beta$
⑤　$ma = mg\cos\theta - T\sin\beta$	⑥　$0 = mg\cos\theta - T\sin\beta$
⑦　$ma = mg\cos\theta - T\cos\beta$	⑧　$0 = mg\cos\theta - T\cos\beta$

問２　おもりと箱は等しい加速度 $a = g\sin\theta$ で下降する。このことを使って上の運動方程式を解くことによって，振り子の向きと振り子のひもの張力 T が求められる。それぞれの解答群のうちから正しいものを一つずつ選べ。

振り子の向き $\boxed{\ 3\ }$　ひもの張力 $T = \boxed{\ 4\ }$

$\boxed{\ 3\ }$ の解答群



$\boxed{\ 4\ }$ の解答群

①　$mg\cos\theta$　　②　$mg\sin\theta$　　③　$mg\tan\theta$　　④　mg

＜NOTE＞

＜演習問題＞

【１】図１のように，水平な床に深さ L ，幅 L のみぞがある。みぞの内側の向かいあう壁面は，なめらかな鉛直面で，互いに平行である。また，みぞの底面はなめらかな水平面である。左側の壁面の上端 A 点から小球を打ち出し，右側の壁面の上端 B 点に到達させることを考える。ただし，A 点と B 点の距離は L であり，小球は A 点と B 点を含む鉛直面内を運動するものとする。重力加速度を g とする。以下の文章中の空欄に適切な数式を記入せよ。

（１）まず，小球と壁面および底面との衝突が完全弾性衝突である場合を考える。

（ｉ）図 2(a)のように，小球を A 点から水平方向に速さ v_0 で打ち出したところ，左右の壁面に衝突することなく底面に一度だけ衝突してから，B 点に到達した。小球が A 点から打ち出されてから B 点に到達するまでの時間は t_0 であった。時間 t_0 と速さ v_0 は，g と L を用いて，それぞれ $t_0 =$ [ア]，$v_0 =$ [イ]と表される。

（ⅱ）次に，図 2(b)のように，小球を A 点から水平方向に速さ v_1 で打ち出したところ，右の壁面，底面，左の壁面の順に一度ずつ衝突してから，B 点に到達した。速さ v_1 は（１）（ｉ）のときの v_0 を用いて $v_1 =$ [ウ]と表される。

（２）以下では，小球と壁面の衝突が完全弾性衝突であり，小球と底面の衝突が反発係数 e の非弾性衝突である場合を考える。

（ｉ）図 2(b)のように，小球を A 点から水平方向に（１）（ⅱ）のときと同じ速さ v_1 で打ち出したところ，右の壁面，底面，左の壁面の順に一度ずつ衝突した後，右の壁面に達する前に底面に衝突した。このとき，反発係数 e は[エ]$\leqq e <$ [オ]の範囲にある。また，小球が左の壁面に衝突した位置は，底面からの高さが h であった。この h は，e と L を用いて，$h =$ [カ]と表される。

（ⅱ）次に，図 2(c)のように，小球を A 点から斜め下向きに打ち出したところ，左右の壁面に衝突することなく底面に一度だけ衝突してから，B 点での小球の速度の向きは水平方向であった。小球の速度の鉛直成分の大きさは，底面に衝突した直後では g と L を用いて[キ]と表され，A 点では e と g と L を用いて[ク]と表される。また，小球が A 点から打ち出されてから B 点に到達するまでの時間は，e と g と L を用いて[ケ]と表される。

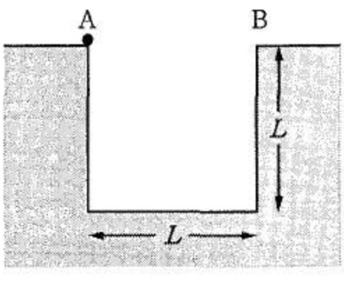


図１

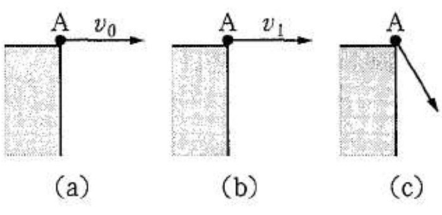


図２

（2004 年　慶応大）

<NOTE>

【２】次の文章を読んで，問 1〜問 4 に答えよ。解答欄には解答の導出の過程も示せ。

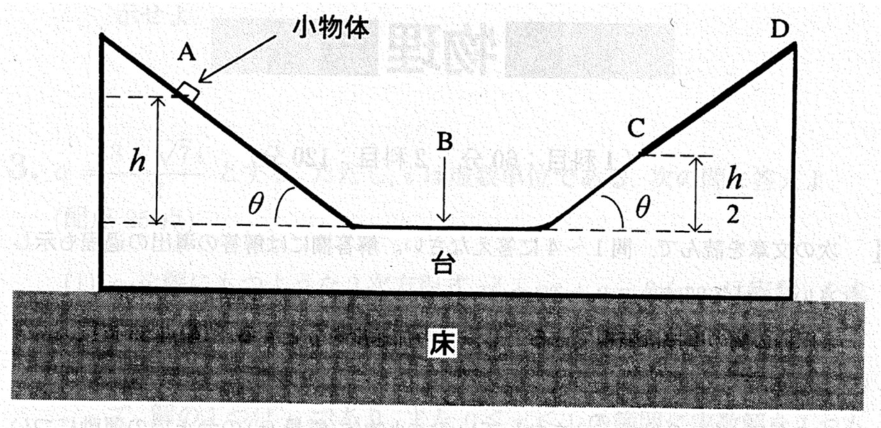
図のような質量 M の台が床の上に置かれている。ここで左右の斜面は水平面と一定の角度 $\theta\ \left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ をなしている。小物体（質量 m）の台上での運動について考える。ただし，小物体と台の間には，点 A から点 C までは摩擦がなく，点 C から点 D までは摩擦があるものとする。また，小物体は台から離れずに運動するものとし，重力加速度を g とする。

問 1　はじめ，台は床に固定されていたとする。左側の斜面上の点 A に小物体を静かに置いたところ，小物体はすべり出した。右側の斜面上の点 C を通過したときの小物体の速さ v_0 を求めよ。ただし，破線で示した水平面から測った点 A と点 C の高さをそれぞれ h ，$\dfrac{h}{2}$ とする。

問 2　小物体は斜面を登りつづけたのち，点 C と点 D の間で停止した。点 C から点 D までの斜面での動摩擦係数を μ' とするとき，小物体が停止した点と点 C との間の斜面に沿って測った距離を求めよ。

問 3　点 C から点 D の間の斜面での静止摩擦係数を μ とする。問 2 で停止したのち，小物体が斜面を滑り降りないために μ と θ が満たすべき条件を求めよ。ただし，$\mu>\mu'$ とする。

問 4　次に，台が床に固定されておらず，台と床の間に摩擦がない場合を考える。点 A に小物体を静かに置いたところ，小物体はすべり出した。点 B を通過したときの小物体の床に対する速度 v_1 と，台の床に対する速度 V_1 を求めよ。ただし，速度は右向きを正とする。



（2006 年　神戸大）

<NOTE>

◆第２回　力学②◆

＜予習問題＞

【１】図１のように水平面に対する傾きが 45°の斜面に，ばね定数 k の軽いばねの上端を固定する。ばねの下端に質量 m の小物体をとりつけて，斜面の最大傾斜の方向に沿って，斜面上に静かに置く。斜面と小物体の間の静止摩擦係数を μ，動摩擦係数(運動摩擦係数)を μ' とし，$\mu' < \mu < 1$ が成り立つとする。
重力加速度の大きさを g として，次の問い(問１～６)の答えを，それぞれの解答群のうちから一つずつ選べ。

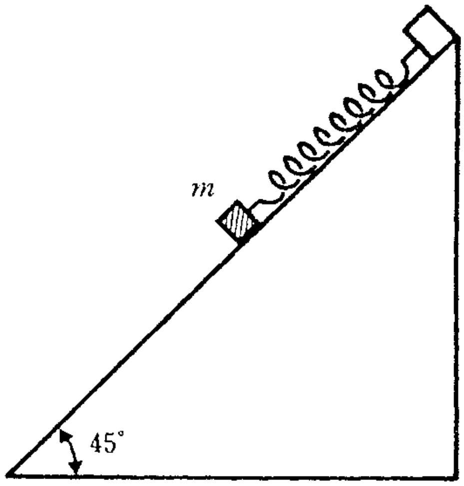


図　1

A　ばねが自然長になる位置に小物体を置いて静かに放したところ，小物体は斜面の最大傾斜の方向にすべりはじめた。すべり下りる小物体の運動について考えよう。小物体が斜面に沿って移動した距離を x とする。

問１　距離 x のところで小物体に働く力の，斜面の最大傾斜の方向の成分 F はいくらか。ただし、F の符号は斜面に沿って下向きを正とする。

①　$mg + kx - \mu' mg$　　②　$mg - kx - \mu' mg$

③　$\frac{1}{\sqrt{2}} mg + kx - \frac{1}{\sqrt{2}} \mu' mg$　　④　$\frac{1}{\sqrt{2}} mg - kx - \frac{1}{\sqrt{2}} \mu' mg$

⑤　$\sqrt{2} mg + kx - \sqrt{2} \mu' mg$　　⑥　$\sqrt{2} mg - kx - \sqrt{2} \mu' mg$

問２　小物体がはじめの位置から距離 x だけ移動した間に，重力が小物体にした仕事 W_g はいくらか。

①　mgx　　②　$\sqrt{2} mgx$　　③　$\frac{1}{\sqrt{2}} mgx$

④　$-mgx$　　⑤　$-\sqrt{2} mgx$　　⑥　$-\frac{1}{\sqrt{2}} mgx$

問３　また，この間に，小物体と斜面との間に働く摩擦力が小物体にした仕事 W_R はいくらか。

① $-\mu' mgx$　　② $-\sqrt{2}\mu' mgx$

③ $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\mu' mgx$　　④ 0

問４　このときの小物体の運動エネルギー T を，仕事 W_g，W_R および W_k で表すとどうなるか。ただし，W_k はばねの弾性力が小物体にした仕事であり，

$$W_k = -\frac{1}{2}kx^2$$

と表される。

① W_g　　② W_k　　③ W_R　　④ $W_g + W_k$

⑤ $W_g + W_R$　　⑥ $W_k + W_R$　　⑦ $W_g + W_k + W_R$

問５　斜面をすべり下りた小物体は，やがて速さがゼロになった。このときのばねの伸びを $x_{\max} = a\dfrac{mg}{k}$ と表すと，係数 a はいくらか。

① $1-\mu'$　　② $\sqrt{2}(1-\mu')$　　③ $\dfrac{1-\mu'}{\sqrt{2}}$

④ 1　　⑤ $\sqrt{2}$　　⑥ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

⑦ $1+\mu'$　　⑧ $\sqrt{2}(1+\mu')$　　⑨ $\dfrac{1+\mu'}{\sqrt{2}}$

Ｂ　次に，ばねが自然長より x' だけ伸びた位置に小物体を置いて静かに放した。このとき，x' がある範囲にあれば，摩擦力のために小物体はそのまま静止する。

問６　小物体が静止する x' のとり得る範囲を

$$b\frac{mg}{k} \leqq x' \leqq c\frac{mg}{k}$$

と表したとき，係数 b，c はいくらか。次の選択肢からそれぞれ選べ。

① μ　　② $\dfrac{\mu}{\sqrt{2}}$　　③ $1-\mu$

④ $\dfrac{1-\mu}{\sqrt{2}}$　　⑤ $1+\mu$　　⑥ $\dfrac{1+\mu}{\sqrt{2}}$

【２】次の文章を読み，以下の問い(Ａ・Ｂ)に答えよ。

図１のように、質量 m の小物体が，水平な上面を持つ静止した台車(質量 M)の右端Ｂにのっている。台車と小物体の間には、摩擦力が働くが，台車と床との間には摩擦力は働かないものとする。重力加速度の大きさを g とする。

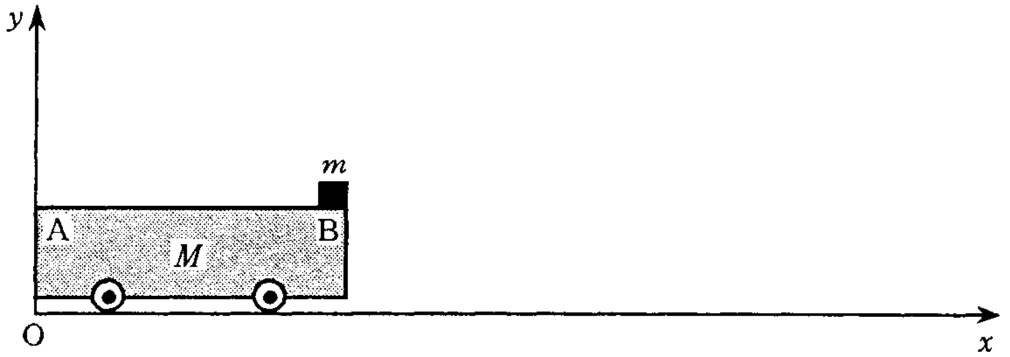


図　1

Ａ　図２のように，台車にロープをつけ，水平右向き(x 軸の正の向き)に一定の力 f_0 で引きつづけると，台車と小物体は同じ加速度で動き始めた。次の問い(問１)に答えよ。

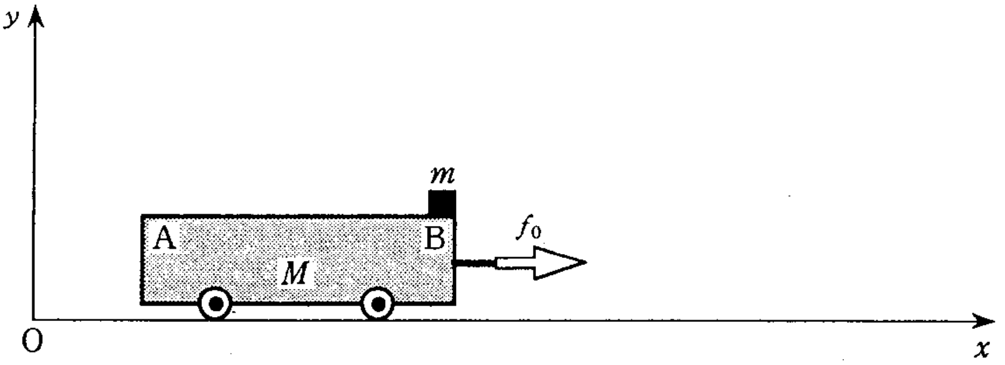


図　2

問１　台車と小物体の加速度の大きさはいくらか。つぎの①～④のうちから正しいものを一つ選べ。

①　$\dfrac{f_0 + mg}{M + m}$　　②　$\dfrac{f_0}{M}$　　③　$\dfrac{f_0}{M + m}$　　④　$\dfrac{f_0 + mg}{M}$

B　次に，台車を最初の位置に戻し，図３のようにロープを水平右向きに，f_0 より強い一定の力 F_0 で引きつづけた。すると，小物体と台車は異なる加速度で動き始めた。このとき，小物体の速度と台車の速度も異なるため，その間には動摩擦力が働いている。動摩擦係数を μ' とする。次の問い(問２～４)に答えよ。

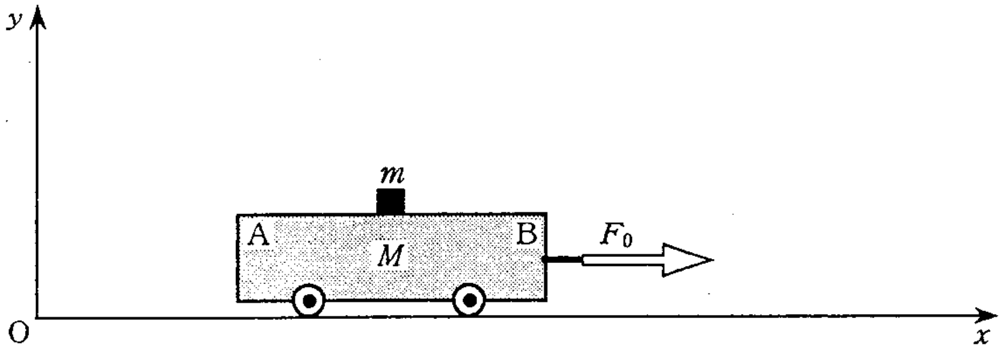


図　3

問２　図３の状態で，台車が受ける合力の x 成分と小物体が受ける力の x 成分はそれぞれいくらか。次の解答群のうちから正しいものを一つずつ選べ。

台車が受ける合力の x 成分 $\boxed{\text{a}}$

小物体が受ける力の x 成分 $\boxed{\text{b}}$

$\boxed{\text{a}}$，$\boxed{\text{b}}$ の解答群

① F_0　② $\mu' mg$　③ $-\mu' mg$

④ $F_0 - \mu' mg$　⑤ $\mu' mg - F_0$　⑥ $F_0 + \mu' mg$

問３　図３の状態で，台車の加速度の x 成分と小物体の加速度の x 成分はそれぞれいくらか。次の解答群のうちから正しいものを一つずつ選べ。

台車の加速度の x 成分 $\boxed{\text{c}}$

小物体の加速度の x 成分 $\boxed{\text{d}}$

$\boxed{\text{c}}$，$\boxed{\text{d}}$ の解答群

① $\dfrac{F_0}{m}$　② $\mu' g$　③ $\dfrac{F_0 - \mu' mg}{M}$

④ $\dfrac{F_0 + \mu' mg}{M}$　⑤ $\dfrac{F_0 - \mu' mg}{M + m}$　⑥ $\dfrac{F_0 + \mu' mg}{M + m}$

問４　時刻 t_1 で小物体は図４(a)のように台車の左端Ａに達し，その後落下し始め，時刻 t_2 で図４(b)のように床に着地した。動き始めてから小物体が着地するまでの間の台車の速度の x 成分 u，および小物体の速度の x 成分 v と時間 t との関係を表すグラフはどれか。次の①〜④のうちから正しいものを一つ選べ。ただし，力を加え始めた時刻を $t=0$ とし，u を実線で v を破線で表すものとする。

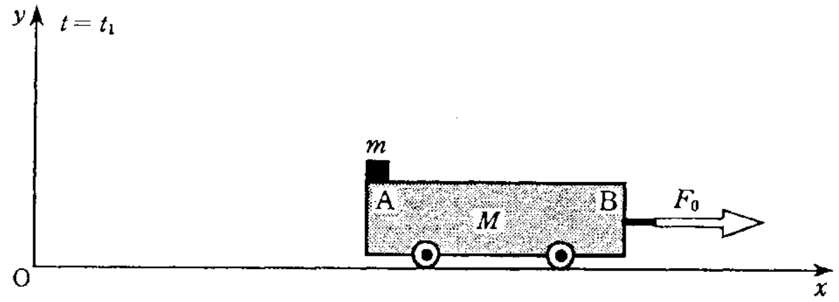


図　4(a)

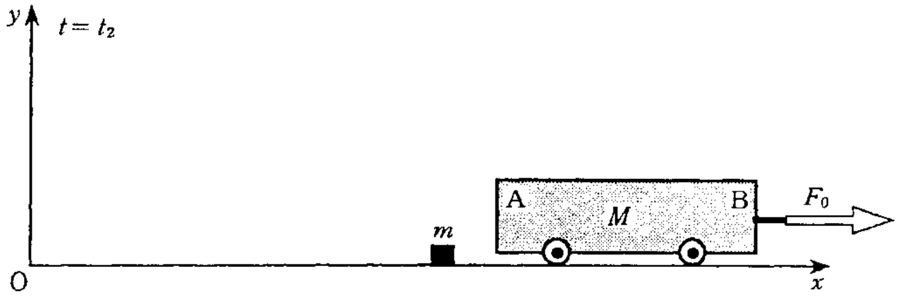
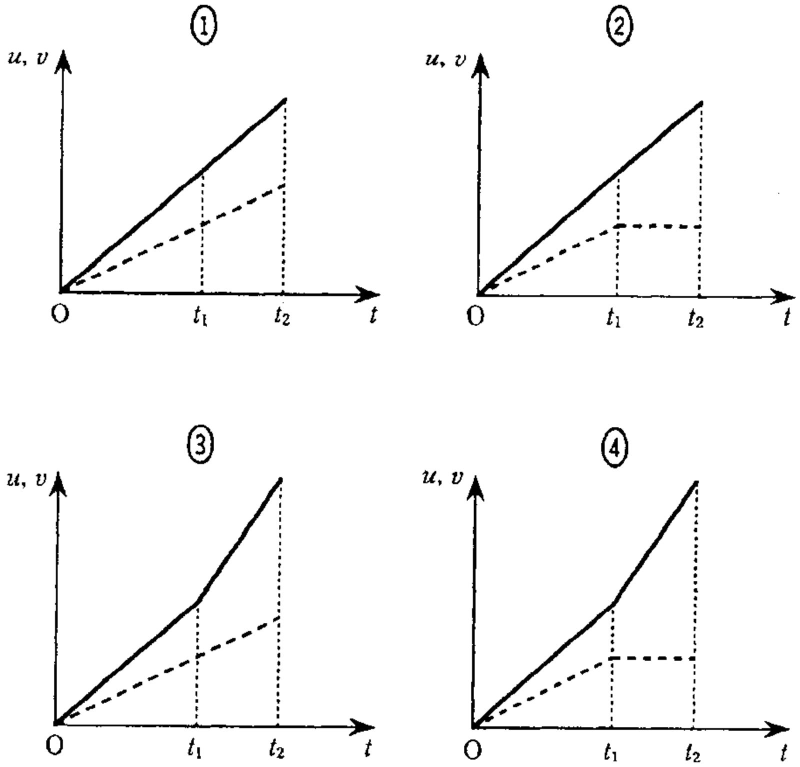


図　4(b)

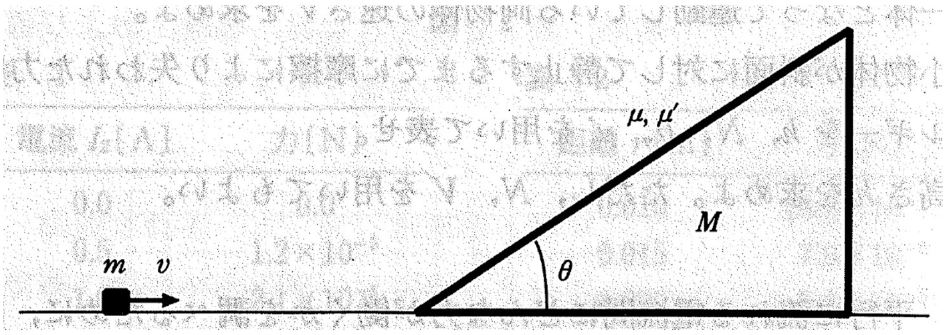


実線（――）は台車の速度の x 成分 u
破線（- - -）は小物体の速度の x 成分 v

<NOTE>

<演習問題>

【１】図のように，摩擦の無視できる十分広い水平な床の上に，大きさの無視できる質量 m の小物体と，床との傾斜角が θ の斜面を持つ質量 M の三角台が置かれている。三角台の斜面は粗く，小物体と斜面の間の静止摩擦係数を μ ，動摩擦係数を μ'（$\mu' < \mu$）とする。いま，両物体を床に対して静止させたあと，斜面に向けて正面から小物体に速さ v を与えた。重力加速度を g とするとき以下の問いに答えよ。



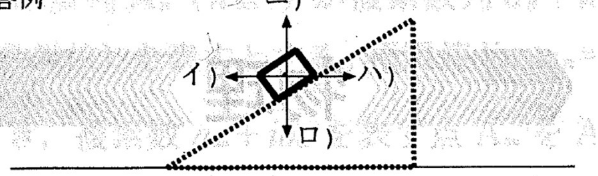
〔A〕両物体は接触し，その後，小物体は斜面に沿って上向きに滑り，三角台は一定の加速度で床の上をなめらかに滑りはじめた。ただし，小物体は斜面が床と接する境界をなめらかに通過するものとする。

(a) 三角台とともに運動する観測者からは，小物体にはイ）重力，ロ）斜面からの垂直抗力，ハ）斜面からの動摩擦力，およびニ）慣性力が作用しているように見える。これらを小物体の中心を支点とする矢印で次図に表し，それぞれの矢先にイ)，ロ)，ハ)，ニ）の区別を記せ。ただし，それらの大きさを答える必要はない。

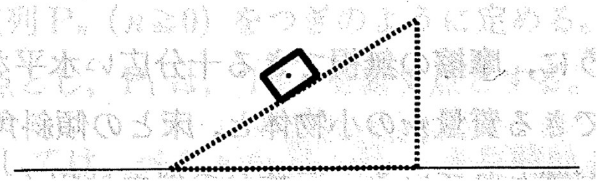
(b) 小物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさを N とする。床に対する三角台の加速度の大きさを N ，M ，μ' ，θ を用いて表せ。

(c) 三角台とともに運動する観測者からは，小物体に加わる力の斜面に垂直な方向の成分はつりあっているように見える。このことを用いて N を求めよ。

解答例



答



〔B〕その後，小物体は床からの高さが h の位置まで滑って斜面に対して静止し，
そのまま両物体は一体となって床の上を滑った。

(d)　このようになるための条件を θ と μ を用いて表せ。

(e)　一体となって運動している両物体の速さ V を求めよ。

(f)　小物体が斜面に対して静止するまでに摩擦により失われた力学的エネルギーを h ，N ，θ，μ' を用いて表せ。

(g)　高さ h を求めよ。ただし，N ，V を用いてもよい。

（1999 年　東京工業大）

【２】図 1 に示すように 2 個の円柱形のおもり A，B が糸でつながれて，天井に固定した 2 個の定滑車でつるされている。A は円柱形の容器 C の中の液体に一部が入っており，A は C に触れていない。C の底面は，ばね定数と自然長が等しい 3 本のばねで，水平な床から支えられている。この状態で A，B，C は静止している。このとき，A の液体に入っている部分の長さは d[m]，ばねの長さは l [m]，C の底面から液面までの高さは h[m]，B の床からの高さは s[m]であった。

A の底面積は S_1 [m^2]，高さは L[m]，密度は ρ_1 [kg/m^3]である。C の底面積は S_0 [m^2]で，中に入っている液体の密度は ρ_0 [kg/m^3]である。ここで， $\rho_0 < \rho_1$ である。1 本のばねのばね定数は k[N/m]である。重力加速度の大きさを g[m/s^2]とし，A と C の底面はつねに水平を保つものとして，以下の問いに答えよ。

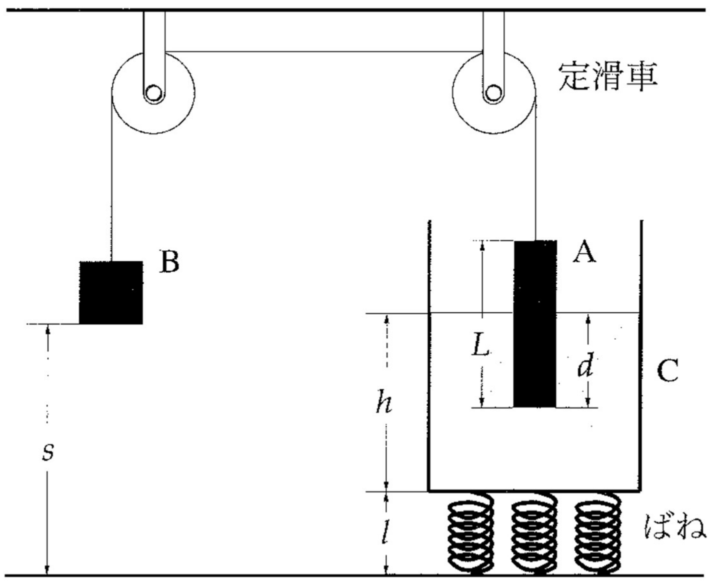


図 1: はじめの状態.

問 1　B の質量を求めよ。

次に，図 2 に示すように質量 m[kg]のおもり D を B につりさげたところ，B が少し下がった位置で全体は静止した。A はこの状態でもまだ液体に一部が入っていた。この時，A が液体に入っている部分の長さは d' [m]，ばねの長さは l' [m]，C の底面から液面までの高さは h' [m]，B の床からの高さは s' [m]になった。

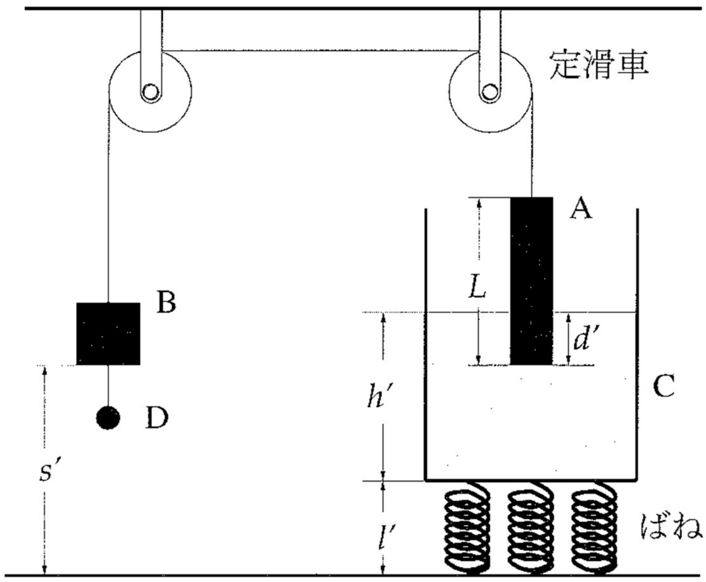


図 2: おもり D を B につりさげたあとの状態.

問 2　$d' - d$ を求めよ。

問 3　$l' - l$ を求めよ。

問 4　$h' - h$ を求めよ。

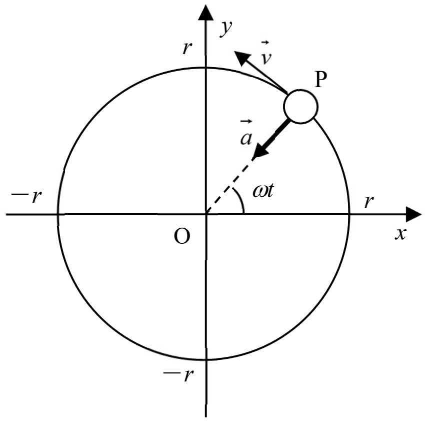
問 5　$s' - s$ を求めよ。

（2012 年　大阪市立大）

◆第３回 円運動･万有引力◆

＜重要事項＞

■等速円運動■



動点 P が半径 r の円周上を動くとき

時刻 t において動点 P が位置 $(x\,,\,y)=(r\cos\omega t\,,\,r\sin\omega t)$

とすると，（角速度 ω[rad/s]：1 秒あたりの回転角）

・速度 $\vec{v}=\left(\dfrac{dx}{dt},\dfrac{dy}{dt}\right)=\left(-r\omega\sin\omega t\,,r\omega\cos\omega t\right)$

⇒ $\boxed{v=r\omega\ \text{[m/s]}\ \text{（接線方向）}}$

・加速度 $\vec{a}=\left(\dfrac{d^2x}{dt^2},\dfrac{d^2y}{dt^2}\right)=\left(-r\omega^2\cos\omega t\,,-r\omega^2\sin\omega t\right)$

⇒ $\boxed{a=r\omega^2=\dfrac{v^2}{r}\ [\text{m/s}^2](\text{中心方向})}$

・周期 $\boxed{T\,[\text{s}]=\dfrac{2\pi r}{v}=\dfrac{2\pi}{\omega}}$：1 回転の時間

・回転数 $\boxed{n\,[\text{1/s=Hz}]\,\dfrac{1}{T}=\dfrac{v}{2\pi r}=\dfrac{\omega}{2\pi}}$：1 秒間の回転数

○慣性系の場合

運動方程式で考える。

$F=ma=mr\omega^2=m\dfrac{v^2}{r}$ ：向心力（中心方向に向かう力）

○非慣性系の場合

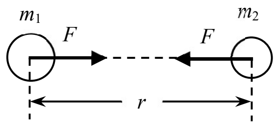
遠心力（慣性力）$mr\omega^2$ または $m\dfrac{v^2}{r}$ （中心方向と逆向きの力）を考慮した

力のつりあいの式を考える。

■万有引力■

○万有引力の法則

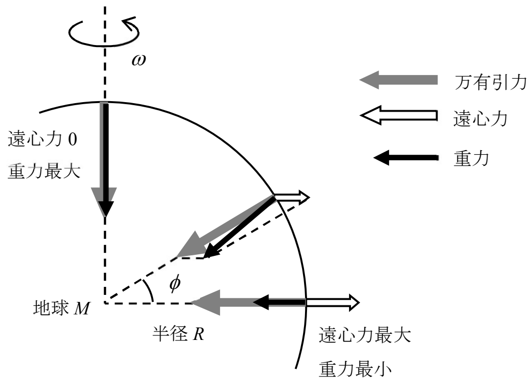
2 つの物体が及ぼしあう万有引力の大きさ F [N]は，2 物体の質量 m_1， m_2 の積に比例し，物体間の距離 r [m]の 2 乗に反比例する。



$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\ [\mathrm{N}]}$$

（万有引力定数 $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N・m²/ kg²）

○重力



地球の全質量 M[kg]が中心にあり，半径 R[m]の完全な球と仮定し，その自転の角速度を ω [rad/s]とする。
このとき，緯度 ϕ [rad]の地表にある質量 m [kg]の物体にはたらく力は

万有引力 $G\dfrac{Mm}{R^2}$ [N]と地球の自転による

遠心力 $mR\cos\phi \cdot \omega^2$ [N]の合力である。

しかし，遠心力が最大となる赤道上（$\cos\phi = 1$）でも万有引力の $\dfrac{1}{300}$ 倍ほどしかなく，

とくに断りのないかぎり，遠心力は無視してよい。

よって，重力加速度の大きさを g とすると，

地表面では $mg = G\dfrac{Mm}{R^2}$ より $\underline{GM = gR^2}$

地表面から高さ h [m]での重力加速度 g_h とすると，$GM = g_h(R+h)^2$

○万有引力による位置エネルギー

$$U = \int_{\infty}^{r} G\frac{m_1 m_2}{x^2}dx = \underline{-G\frac{m_1 m_2}{r}}$$

（**基準点は無限遠**）

※第一宇宙速度：地表すれすれに地球のまわりを等速円運動することができる速さ

$$mg = m\frac{v_1^2}{R} \text{ より } v_1 = \sqrt{gR}$$

第二宇宙速度：地上から打ち上げた物体が，無限の遠方へ行ってしまう最小の初速度（脱出速度）

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + \left(-G\frac{Mm}{R}\right) = 0 \text{ より } v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$$

〇ケプラーの法則

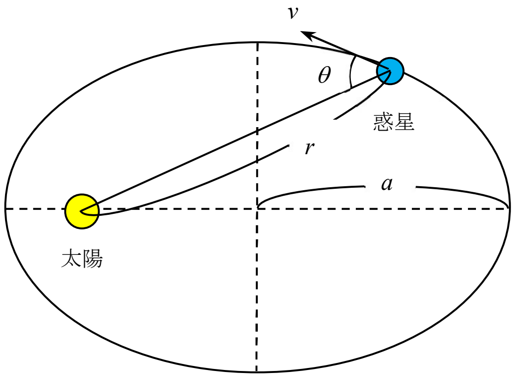
第一法則　惑星は太陽を 1 つの焦点とする楕円上を運動する。

第二法則　惑星と太陽とを結ぶ線分が，一定時間に通過する面積は一定である。

面積速度一定の法則：　$\frac{1}{2}rv\sin\theta =$一定（惑星ごとに異なる一定値）

第三法則　惑星の公転周期 T の 2 乗は，軌道楕円の半長軸 a の 3 乗に比例する。

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{一定（惑星によらない一定値）}$$



〇よくある解法

(ｉ)円運動のとき

① 向心力 ＝ 万有引力の運動方程式をたてる。

② $GM = gR^2$ を用いる。

(ⅱ)楕円軌道のとき

① 面積速度一定 $\frac{1}{2}r_1v_1\sin\theta_1 = \frac{1}{2}r_2v_2\sin\theta_2$

② 力学的エネルギー保存則

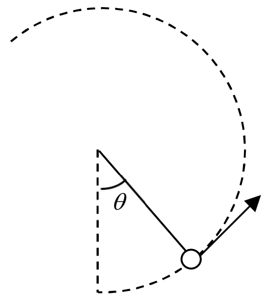
③ $\frac{T^2}{a^3} =$一定

＜必須典型問題１＞

長さ r の糸に質量 m の物体Ｐを取り付け，最下点で初速 v_0 を与えて回した。

（１）Ｐが一回転するための v_0 の条件を求めよ。

（２）$\theta=120^\circ$ で糸がゆるんだ。v_0 はいくらか。



【解答】（１）$v_0 \geqq \sqrt{5gr}$　（２）$v_0=\sqrt{\frac{7}{2}gr}$

＜必須典型問題２＞

次の問いに答えよ。

（１）地球の半径を R，地球の質量を M，万有引力定数を G とするとき，地上 h の高さで地球のまわりを等速円運動する人工衛星の速さはいくらか。

（２）地球の半径を R，地表面の重力加速度の大きさを g とするとき，地上 h の点を通り地球のまわりを等速円運動する人工衛星の速さはいくらか。ただし，地球の自転の影響を無視する。

【解答】（１）$v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$　（２）$v=R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$

＜必須典型問題３＞

質量 M，半径 R の地球の表面から鉛直に，初速度 v_0 で質量 m の物体を打ち上げるとき，万有引力定数を G とし，地球の自転および空気の抵抗を考えないものとして，次の問いに答えよ。

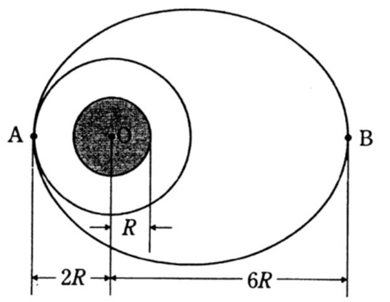
（１）この物体は地表からいくらかの高さまで上がるか。ただし，v_0 は大きく，重力加速度が一定とはみなされないところまで上昇するものとする。

（２）物体が地球から飛び去ってしまうために必要な初速度を求めよ。

【解答】（１）$h=\frac{{v_0}^2R^2}{2GM-{v_0}^2R}$　（２）$v_0 \geqq \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

＜必須典型問題４＞

地球の半径を R，質量を M，地表での重力加速度の大きさを g とする。いま，地表からの高さ R のところを円軌道を描いてまわる質量 m の人工衛星があるとする。



（１）人工衛星の速さ v_0 を求めよ。

（２）人工衛星の周期 T_0 を求めよ。

軌道上の点Ａで人工衛星を加速し，速さを v_1 にしたところ，図の点Ａが近地点，点Ｂが遠地点となるだ円軌道に移り，$\mathrm{OB} = 6R$，点Ｂでの速さは v_2 となった。このとき，ケプラーの第二法則から，近地点と遠地点の速さは v_2 となった。

（３）点Ａおよび点Ｂについて力学的エネルギー保存則を表す式をたてよ。

（４）v_2 を v_1 で表せ。

（５）v_1 および v_2 を求めよ。

（６）新しい軌道をまわる人工衛星の周期 T を求めよ。

【解答】（１）$v_0 = \sqrt{\dfrac{gR}{2}}$　　（２）$T_0 = 4\pi\sqrt{\dfrac{2R}{g}}$　　（３）$\dfrac{1}{2}mv_1{}^2 - \dfrac{mgR}{2} = \dfrac{1}{2}mv_2{}^2 - \dfrac{mgR}{6}$

（４）$v_2 = \dfrac{1}{3}v_1$　　（５）$v_1 = \dfrac{\sqrt{3gR}}{2}$，$v_2 = \dfrac{\sqrt{3gR}}{6}$　　（６）$T = 16\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$

<NOTE>

＜予習問題＞

【１】図１のように，長さ l[m]の伸びない糸の上端を固定して，糸の下端に質量 m[kg]のおもりをつけ，角速度 ω [rad/s]でおもりを等速円運動させた。鉛直線と糸との角度が θ [rad]の時，以下の問いに答えよ。ただし，重力加速度の大きさを g[m/s^2]とし，糸の質量は無視できるものとする。

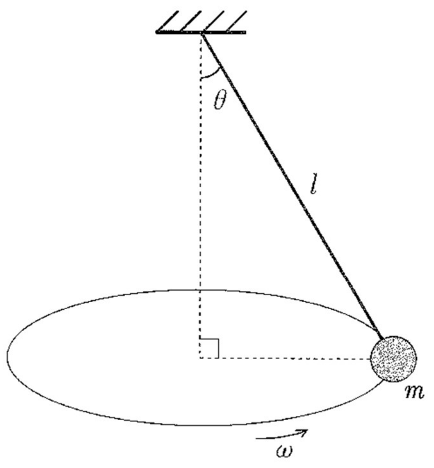


図１

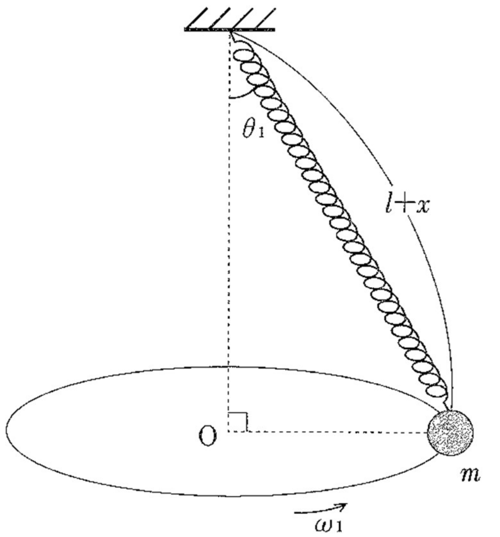


図２

問１　おもりの円運動の向心力の大きさ[N]はいくらか。正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $mg\sin\theta$　② $mg\cos\theta$　③ $mg\tan\theta$　④ $mgl\sin\theta$

⑤ $mgl\cos\theta$

問２　おもりの速さ[m/s]はいくらか。正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $\sin\theta\sqrt{\dfrac{gl}{\cos\theta}}$　② $\cos\theta\sqrt{\dfrac{gl}{\sin\theta}}$　③ $gl\cos\theta$　④ $\sin\theta\sqrt{\dfrac{mgl}{\cos\theta}}$

⑤ $\cos\theta\sqrt{\dfrac{mgl}{\sin\theta}}$

問３　糸がおもりを引く力[N]はいくらか。正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $\dfrac{mgl}{\sin\theta}$　② $\dfrac{\cos\theta}{mgl}$　③ $\dfrac{mg}{\cos\theta}$　④ $\dfrac{mgl^2}{\sin\theta}$

⑤ $\dfrac{mg}{l\cos\theta}$

次に，図 2 に示すように，図 1 の伸びない糸を自然長 l[m]のばねに付け替えて，同じように質量 m[kg]のおもりをつけ，角速度 ω_1 [rad/s]で等速円運動させたとき，ばねは x[m]伸び，鉛直線とばねとの角度が θ_1 [rad]になった。ただし，ばね定数を k[N/m]とし，ばねの質量は無視できるものとする。

問４　円運動の中心 O からおもりまでの距離[m]はいくらか。

正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $(l+x^2)\sin\theta_1$　② $(l+x)\cos\theta_1$　③ $(l+x)^2\sin\theta_1$　④ $(l+x)\sin\theta_1$

⑤ $(l+x)^2\cos\theta_1$

問５　おもりの水平方向のつり合いの式はどうなるか。

正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $kx = mlx\omega_1{}^2$　② $kx = m(l+x)\omega_1$

③ $kx = m(l+x)\omega_1{}^2$　④ $kx = \dfrac{1}{2}m(l+x)\omega_1{}^2$

⑤ $kx = \dfrac{1}{2}m(l+x)\omega_1$

問６　ばねの伸び x[m]はいくらか。正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

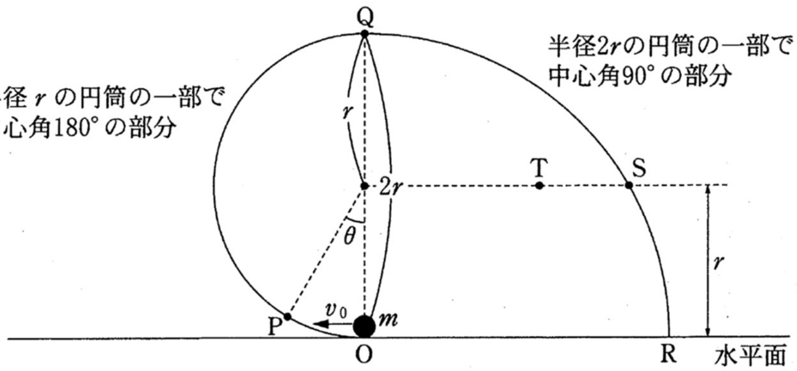
① $x = \dfrac{ml\omega_1{}^2}{k+m\omega_1{}^2}$　② $x = \dfrac{l\omega_1{}^2}{k+\omega_1{}^2}$　③ $x = \dfrac{ml\omega_1{}^2}{k+\omega_1{}^2}$　④ $x = \dfrac{ml\omega_1{}^2}{k-\omega_1{}^2}$

⑤ $x = \dfrac{ml\omega_1{}^2}{k-m\omega_1{}^2}$

＜演習問題＞

【１】次の文章を読み，文章中の$\boxed{}$に入る最も適当な式，または数値を答えよ。

図のように，半径 r の円筒の一部で中心角 180°の部分と，半径 $2r$ の円筒の一部で中心角 90°の部分とを点 Q でなめらかにつなぎあわせ，水平面上に置いて固定した。水平面と円筒内面は点 O でなめらかにつながっており，円筒内面はなめらかである。重力加速度の大きさを g とし，以下に述べる小球の運動はすべて同一鉛直面内で行われるものとする。



半径 r の円筒の最下点 O に置いた質量 m の小球に，円筒の軸に垂直で水平左向きに初速 v_0 を与えたところ，小球は円筒内面から離れることなく水平面上の点 R に到達した。点 O から中心角にして θ だけ上昇した点 P を小球が通過したときの速さ v_1 は$\boxed{\text{イ}}$で，点 P で小球が円筒内面から受けた垂直抗力の大きさを v_1 などを用いて表すと $m\left(g\boxed{\text{ロ}}+\boxed{\text{ハ}}\right)$となる。また，小球が最高点 Q を通過したときの速さ v_2 を v_0 などを用いて表すと$\boxed{\text{ニ}}$である。小球が円筒内面 QR から離れないための条件は $v_2 \geqq \boxed{\text{ホ}}$である。

次に，初速 v_0 をちょうど $3\sqrt{gr}$ にしたところ，小球は円筒内面から離れることなく水平面上の点 R に達してはねかえり，水平面からの高さ r の点 S で円筒内面から離れた。円筒内面から離れたときの小球の速さ v_3 は$\boxed{\text{ヘ}}$と表されるので，点 R ではねかえった直後の小球の速さは r と g を用いて$\boxed{\text{ト}}$と表される。したがって，点 R での小球と水平面との間のはねかえり係数（反発係数）は$\boxed{\text{チ}}$である。

小球が点 S で円筒内面から離れてから再び点 S と同じ高さの点 T を通過するまでの時間 t は v_3 と g を用いて$\boxed{\text{リ}}$と表され，ST 間の距離は v_3 と t を用いて$\boxed{\text{ヌ}}$と表される。

（2007 年　東京慈恵会医科大）

<NOTE>

【２】地上の 1 点から鉛直上方へ質量 m [kg]の小物体を打ち上げる。地球は半径 R [m]，質量 M [kg]の一様な球で，物体は地球から万有引力の法則に従う力を受けるものとする。図を参照して，以下の問いに答えよ。ただし，地上での重力加速度の大きさを g [m/s^2]，万有引力定数を G [N・m^2/kg^2]とする。また，地球の自転および交点は無視するものとする。

問 1　地上での重力加速度の大きさ g を R ，M ，G を用いて表せ。

問 2　物体の速度が地球の中心 O から $2R$ の距離にある点 A で 0 になるためには，初速度の大きさ v_0 [m/s]をどれだけにすればよいか，g ，R を用いて表せ。

物体の速度が点 A で 0 になった瞬間，物体に大きさが v [m/s]で OA に垂直な方向の速度を与える。

問 3　物体が地球の中心 O を中心とする等速円運動をするためには，v をどれだけにすればよいか，g ，R を用いて表せ。

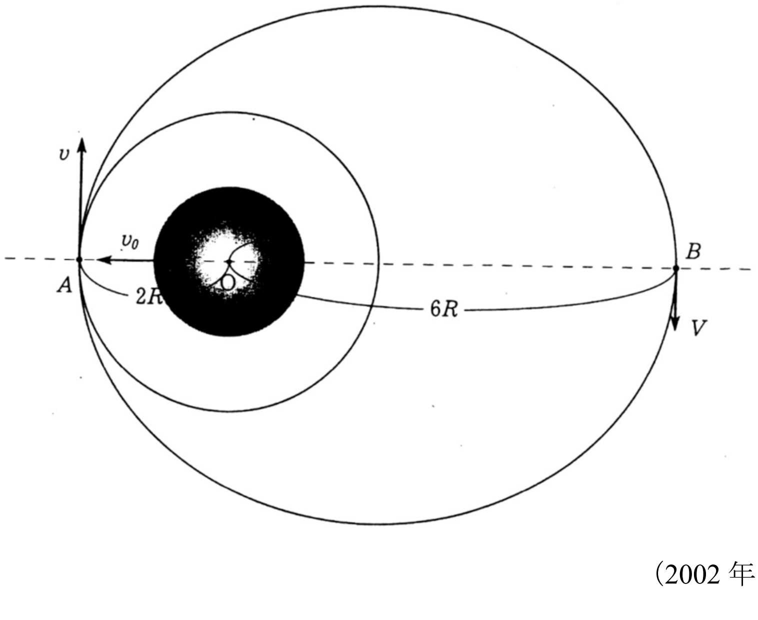
点 A で物体に与える速さ v が問 3 で求めた値からずれると，物体の軌道は，地球の中心を 1 つの焦点とする楕円となる。楕円軌道は v が大きくなるほど大きくなり，v がある値以上になると，物体は無限遠方に飛び去ってしまう。

問 4　物体が AB を長軸とする楕円軌道を描くためには，v をどれだけにすればよいか，以下の手順で求めよ。ただし，点 B の地球の中心からの距離は $6R$ である。

（1）点 A における面積速度と点 B における面積速度が等しいことから，点 B における物体の速さ V [m/s]を v を用いて表せ。

（2）速さ v を g ，R を用いて表せ。

問 5　物体が地球に衝突もせずかつ無限遠方に飛び去ることもなく楕円軌道を描き続けるためには，速さ v はどのような範囲になければならないか，不等式で表せ。



（2002 年　大阪市立大）

＜NOTE＞

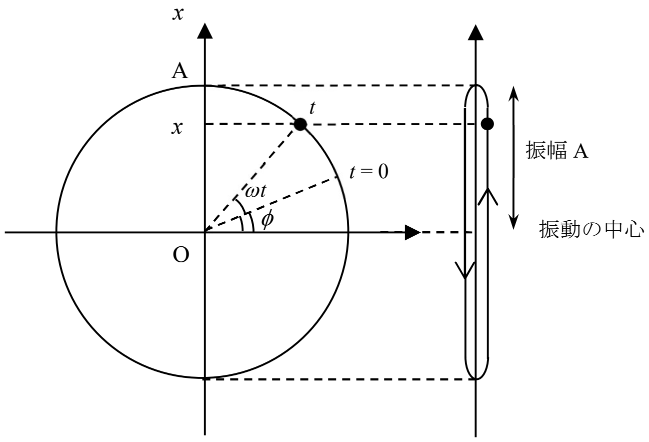
◆第４回　単振動◆

＜重要事項＞

■単振動■

○単振動とは・・・

等速円運動の正射影にあたる運動



・時刻 t における振動の中心からの物体の変位

$x = A\sin(\omega t + \phi)$

$\begin{cases} \text{振幅：} A\,[\mathrm{m}] \\ \text{位相：} (\omega t + \phi)\,[\mathrm{rad}] \end{cases}$

・時刻 t における物体の速度

$v = A\omega\cos(\omega t + \phi)$

$\begin{cases} \text{振動の中心で最大} & v_{\max} = A\omega \\ \text{両端で 0} & v = 0 \end{cases}$

・時刻 t における物体の加速度

$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 x$

$\begin{cases} \text{両端で最大} & a_{\max} = A\omega^2 \\ \text{振動の中心で 0} & a = 0 \end{cases}$

・単振動をする物体の運動方程式

$F = ma = -m\omega^2 x = -Kx$ （$K = m\omega^2$ となる比例定数）

⇒振動の中心からの距離に比例した力：**復元力**

・角振動数 $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$，周期 $T[\mathrm{s}] = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$，振動数 $f[\mathrm{Hz}] = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$

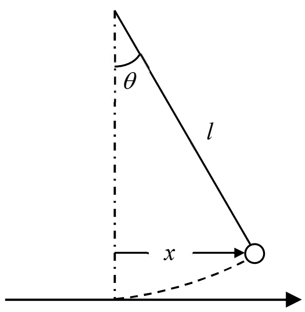
・単振動の位置エネルギー

$\dfrac{1}{2}Kx^2$ （x は振動の中心からの距離）

○単振り子

長さ l の糸におもりを付けて振らせる。

$\theta \ll 1$ のとき単振動として扱うことができる。

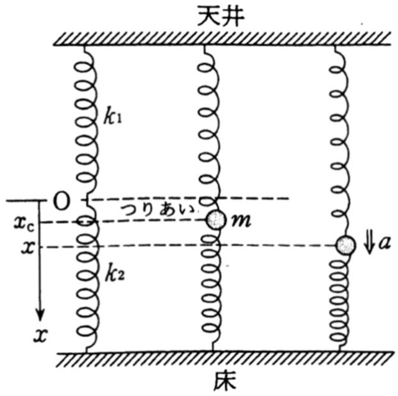


$F = -mg\sin\theta = -mg \cdot \dfrac{x}{l} = -\dfrac{mg}{l}x$

$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}}$

振り子の等時性：周期はおもりの質量や振幅に無関係である。

＜必須典型問題１＞



ばね定数が k_1，k_2 の 2 本の軽いつる巻きばねを自然長のまま O 点でつなぎ，鉛直にして他端を天井と床に固定する。O 点を原点にとり，鉛直下方に x 軸をとる。ばねの接続点に質量 m の小さいおもりをとりつけ，鉛直方向に振動させたときについて答えよ。ただし，重力加速度の大きさを g とする。

(1)　おもりが位置 x の点を通るときの加速度 a を求めよ。

(2)　振動の中心の位置 x_C と，周期 T を求めよ。

(3)　つり合いの位置から d だけ動かした位置で小球からそっと手を離した。
　小球がつり合いの位置を通過するときの速さを求めよ。

【解答】(1) $-\dfrac{k_1+k_2}{m}\left(x-\dfrac{mg}{k_1+k_2}\right)$ (2) $x_C=\dfrac{mg}{k_1+k_2}$　，$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_1+k_2}}$

＜予習問題＞

【１】以下の問いに答えよ。

ばね定数 k の軽いばねの一端に質量 m のおもり A をつけたばね振り子がある。

図 1－1 のように，このばね振り子を水平でなめらかな床面上におき，ばねの他端を固定する。ばねが伸び縮みする方向に x 軸をとり，右向きを x 軸の正の向きとする。ばねが自然の長さのときの A の位置を原点 O とする。また，重力加速度の大きさを g とする。

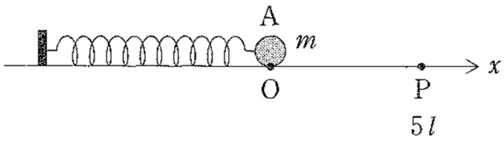


図１―１

A を $x = 5l$ (l はある正の定数とする)の点 P まで引っ張って静かに放したら，A は点 O を振動の中心とする振幅 $5l$ の単振動をした。

問１　単振動をしている A の任意の位置を x として，A に働く力の x 成分はいくらか。正しいものを，　次の①～⑤のうちから一つ選べ。

①　$-5kl$　　②　$-kx$　　③　0　　④　kx　　⑤　$5kl$

問２　この単振動の周期 T はいくらか。正しいものを，　次の①～⑤のうちから一つ選べ。

①　$2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$　　②　$2\pi\sqrt{\dfrac{5l}{g}}$　　③　$2\pi\sqrt{\dfrac{5l}{k}}$　　④　$2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　　⑤　$2\pi\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

次に，水平な床面があらく，おもり A に摩擦力が働く場合を考えよう。ただし，床面と A の間の動摩擦係数をμとする。このばね振り子をあらい床面上に自然の長さの状態で置き，ばねの他端を固定する。ばねが自然の長さのときの A の位置を原点 O とする。図 1−2 のように，A を原点 O から点 P($x=5l$)まで引っ張って静かに放した。A は左向きに運動しはじめ，点 O を通過した。その後， $x=-3l$ の点 Q で折り返して右向きに運動し， $x=l$ の点 R に到達してそこに静止し続けた。

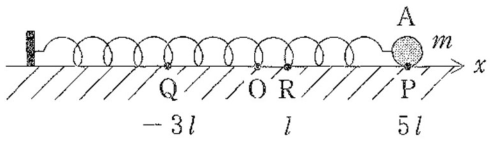


図 1 ― 2

問３　A が点 P から Q まで運動する間に，動摩擦力のする仕事 W はいくらか。
正しいものを，　次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $-8\mu mgl$　② $-3\mu mgl$　③ $2\mu mgl$　④ $3\mu mgl$
⑤ $8\mu mgl$

問４　A が点 P から Q まで運動するときの，A の力学的エネルギーの変化量 ΔE はいくらか。正しいものを，　次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $-17kl^2$　② $-8kl^2$　③ $-kl^2$　④ kl^2
⑤ $17kl^2$

問５　μ の値はいくらか。正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。
ただし， $\Delta E=W$ が成り立つことを用いてもよい。

① $\dfrac{kl}{8mg}$　② $\dfrac{kl}{3mg}$　③ $\dfrac{kl}{mg}$　④ $\dfrac{3kl}{mg}$
⑤ $\dfrac{8kl}{mg}$

問６　左向きに運動している A の任意の位置を x として, A に働く力の x 成分はいくらか。
正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $-k(x+2l)$　② $-k(x+l)$　③ $-k(x-l)$　④ $-k(x-2l)$
⑤ 0

問７　左向きに運動しているＡの速さが最大となるときのＡの位置 x_0 はいくらか。正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $-2l$　② $-l$　③ 0　④ l
⑤ $2l$

問８　左向きに運動しているＡが x_0 を通過するときのＡの速さはいくらか。正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $l\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　② $2l\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　③ $l\sqrt{\dfrac{k}{m}}$　④ $2l\sqrt{\dfrac{k}{m}}$
⑤ $4l\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

問９　右向きに運動しているＡの任意の位置を x として，Ａに働く力の x 成分はいくらか。正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

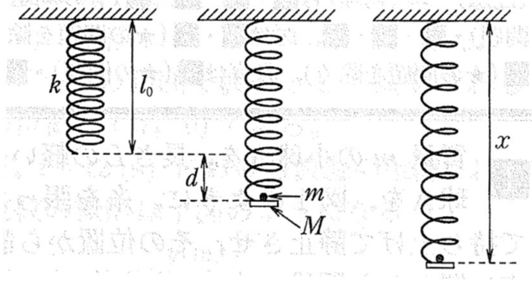
① $-k(x+2l)$　② $-k(x+l)$　③ $-kx$　④ $-k(x-l)$
⑤ $-k(x-2l)$

問 10　点Ｒでが静止しているとき，Ａに働く静止摩擦力の大きさはいくらか。正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① kl　② $2kl$　③ $3kl$　④ $4kl$
⑤ $5kl$

＜演習問題＞

【１】右図のように，ばね定数 k ，自然長 l_0 のばねの一端に，質量 M の皿を水平に取り付け，天井からつり下げる。この皿に質量 m の小球をのせ，ばねを鉛直方向に振動させる運動を考える。ばねの質量および空気抵抗は無視できるとし，小球は皿の上をころがらないとして，次の問いに答えよ。重力加速度の大きさを g とする。



問１　小球を皿にのせ静かに手をはなすと，ばねは伸びて静止した。ばねは自然長からどれだけ伸びているか，伸びの大きさ d を求めよ。

問２　小球を皿にのせたまま，問１で求めた静止位置からさらに長さ A だけばねを伸ばして静かに手をはなすと，ばねは単振動を始めた。この振動の角振動数 ω を求めよ。また，この振動の中心はどこか，天井からの距離を求めよ。小球は皿から浮き上がらないとする。

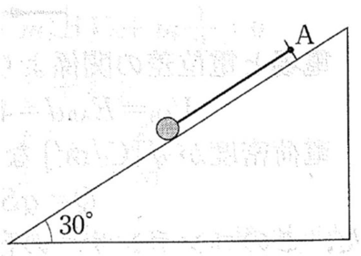
問３　問２において，手をはなす瞬間の時刻を $t=0$ として，天井から鉛直下方に測った皿の位置 x を，時刻 t の関数として求めよ。

問４　問２において，天井から鉛直下方に測った皿の位置を x ，小球が皿から受ける抗力を N ，皿と小球の加速度を a として，皿および小球に対する運動方程式をそれぞれ求めよ。

問５　問４の抗力 N を，時刻 t の関数として求めよ。小球は皿から浮き上がらないとし，また手をはなす瞬間の時刻を $t=0$ とする。小球が皿から浮き上がらないためには，問２におけるばねの伸び A は，ある値以下でなければならない。その値（A の最大値）を求めよ。

（2005 年　千葉大）

【２】次の文を読み，問 1 から問 5 に答えよ。



図

図のように，質量 m [kg]の小球が，自然長 L [m]のゴムで固定点 A につながった状態で，傾斜角 30° の十分に長い滑らかな斜面上に載せられている。小球の直径は無視できるほど小さく，常に斜面上を動く。ゴムの質量は無視することができるほど十分に小さく，自然長 L [m]より x [m]だけ長くなったとき kx [N]の復元力が働く。また，ゴムがたるんだ状態では小球の運動を妨げないものとする。ここで重力加速度は g [m/s²] ，円周率はπとする。以下の文章の $\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ケ}}$ を L ，m ，g ，π のうち必要な記号および数値を用いて表せ。ただし，問 4 では，数値の有効数字を 3 桁，$\pi = 3.14$ とし，必要であれば，$\sqrt{3} = 1.73$ を使ってよい。

問 1　小球がつり合って静止したとき，ゴムの長さは $l = \frac{5}{4}L$ [m]となっていた。

このことから $k =$ $\boxed{\text{ア}}$ [N/m]であることがわかった。

問 2　小球を斜面下方向に引っ張り，ゴムの長さを $l + \frac{L}{2}$ [m]とした後，解放した。

小球はゴムの長さが L [m]になるまでは単振動と同じ運動をした。この単振動の周期 T は $\boxed{\text{イ}}$ [s]となり，小球を解放してからゴムの長さがはじめて l [m]になるまでの時間 t_1 は $\dfrac{T}{\boxed{\text{ウ}}}$ [s] ，小球を解放してからゴムの長さがはじめて L [m]になるまでの時間 t_2 は $\dfrac{T}{\boxed{\text{エ}}}$ [s] となった。また，ゴムの長さが L [m]になったとき，小球の速度は $\boxed{\text{オ}}$ [m/s]であった。

問 3　その後，小球は斜面上を運動し，最高点（固定点 A との距離が最小となる点）に到達した後に，下がり始めた。小球を解放してから，小球がはじめて最高点に到達するまでの時間 t_3 は $t_2 +$ $\boxed{\text{カ}}$ [s]で，固定点 A から最高点までの距離は $\boxed{\text{キ}}$ [m]であった。

問 4　小球が解放されてから，再び同じ場所に戻ってくる$\left(\text{ゴムの長さが} l + \frac{L}{2} \text{[m]となる}\right)$までの時間は $2t_3$ [s]であるが，もしゴムの代わりにばね定数 k [N/m]のばねを用いれば，その時間は $\boxed{\text{ク}}$ %だけ短くなる。

問 5　次に小球を引っ張る距離を長くしてみたところ，ゴムの長さを $L +$ $\boxed{\text{ケ}}$ [m]よりも長くして，小球を解放したら，小球は固定点 A に到達するようになった。

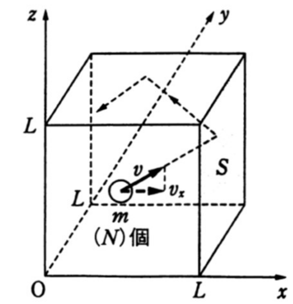
（2007 年　岐阜大）

<NOTE>

◆第５回　熱力学◆

＜重要事項＞

■気体の分子運動論■



（ⅰ）分子が壁に衝突するとき，壁に与える力積

一辺が L の立方体容器に N 個の分子が入っているとする。いま，質量 m の分子が x 方向に v_x の速さで壁 S に弾性衝突するとき，分子が受ける力積は $\underline{-2mv_x}$ より $\underline{2mv_x}$

（ⅱ）全分子が時間 t に壁に与える力積

時間 t の間に分子は x 方向に v_xt の距離を動くが，往復 $2L$ 動くごとに壁 S と衝突するから，この間の S との衝突回数は $\underline{\dfrac{v_xt}{2L}}$

∴1 分子が与える力積の合計は $\underline{2mv_x\times\dfrac{v_xt}{2L} = \dfrac{mv_x^2t}{L}}$

よって全分子が S に与える力積は $\underline{\dfrac{m\overline{v_x^2}t}{L}\times N = \dfrac{Nm\overline{v_x^2}t}{L}}$

（ⅲ）$Ft=$（ⅱ）として力 F を決め，圧力 P へ

$Ft=\underline{\dfrac{Nm\overline{v_x^2}t}{L}}$　より $F=\underline{\dfrac{Nm\overline{v_x^2}}{L}}$

ここで，$\overline{v^2}=\overline{v_x^2}+\overline{v_y^2}+\overline{v_z^2}$ ，$\overline{v_x^2}=\overline{v_y^2}=\overline{v_z^2}$ より $\underline{\overline{v^2}=3\overline{v_x^2}}$

よって $F=\underline{\dfrac{Nm\overline{v_x^2}}{L}=\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3L}}$　∴$P=\underline{\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3L^3}=\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3V}}$

理想気体の状態方程式より（N_0 をアボガドロ定数とする）$\underline{\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3V}\times V=\dfrac{N}{N_0}RT}$

∴分子の平均運動エネルギー $\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}=\underline{\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{R}{N_0}\cdot T=\dfrac{3}{2}kT\left(k=\dfrac{R}{N_0}：ボルツマン定数\right)}$

■気体の状態変化■

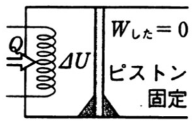
○定積変化（等積変化）

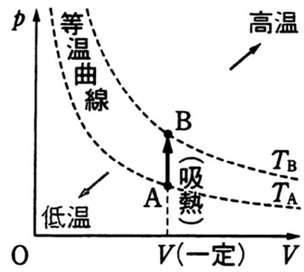
$W = 0$

$Q_{\mathrm{in}} = nC_V\Delta T$　（定積モル比熱：C_V[J/(mol・K)]，物質量：n[mol]）

⇒$\Delta U = nC_V\Delta T$　任意の変化について成り立つ

※単原子分子理想気体の場合，$C_V = \dfrac{3}{2}R$





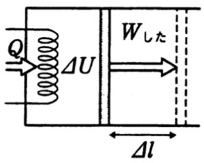
○定圧変化（等圧変化）

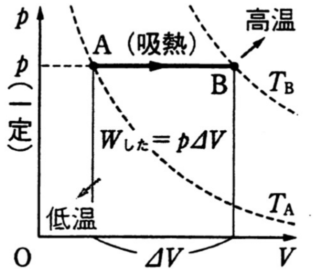
$W_{\mathrm{in}} = -p\Delta V = -nR\Delta T$

$Q_{\mathrm{in}} = nC_P\Delta T$　（定圧モル比熱：C_P[J/(mol・K)]，物質量：n[mol]）

$C_P = C_V + R$

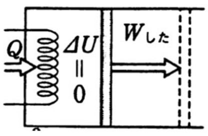
※単原子分子理想気体の場合，$C_P = \dfrac{5}{2}R$

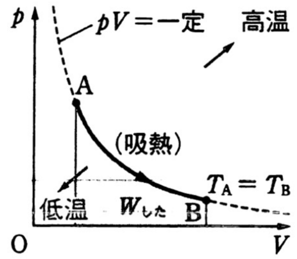




○等温変化

$\Delta U = 0$

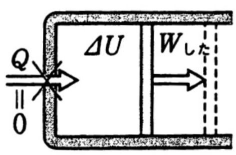


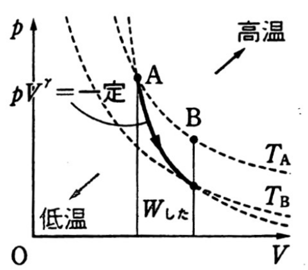


○断熱変化

$Q = 0$

$PV^{\gamma} =$ 一定（比熱比$\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ ）





○まとめ　*重要!!*

①　基礎事項

（ｉ）温度と内部エネルギーの関係

温度上昇 $\Leftrightarrow$ 内部エネルギー増加 $\Leftrightarrow$ $\Delta U > 0$

温度下降 $\Leftrightarrow$ 内部エネルギー減少 $\Leftrightarrow$ $\Delta U < 0$

（ⅱ）体積と仕事の関係

膨張 $\Leftrightarrow$ 気体は外へ仕事をする $\Leftrightarrow$ $W_{\mathrm{out}} > 0$ $\Leftrightarrow$ $W_{\mathrm{in}} < 0$

圧縮 $\Leftrightarrow$ 気体は外から仕事をされる $\Leftrightarrow$ $W_{\mathrm{in}} > 0$ $\Leftrightarrow$ $W_{\mathrm{out}} < 0$

②　各変化における把握しておくべき公式

任意変化	$\dfrac{PV}{T}=$一定，$PV = nRT$，$\Delta U = Q_{\mathrm{in}} + W_{\mathrm{in}}$，$\Delta U = nC_V\Delta T$，$C_P = C_V + R$
定積変化	$W = 0$，$Q_{\mathrm{in}} = nC_V\Delta T$
定圧変化	$W_{\mathrm{in}} = -p\Delta V = -nR\Delta T$，$Q_{\mathrm{in}} = nC_P\Delta T$
等温変化	$\Delta U = 0$
断熱変化	$Q = 0$，$PV^{\gamma} =$ 一定，$TV^{\gamma-1} =$ 一定，比熱比$\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$

③　単原子分子理想気体の場合：$U = \dfrac{3}{2}nRT$，$C_V = \dfrac{3}{2}R$，$C_P = \dfrac{5}{2}R$

④　$p-V$ 図の見方

（ｉ）$p-V$ 図の面積 ＝ 仕事

（ⅱ）$p-V$ 図の右上が高温　※等温曲線 $pV = k$ を境界とする。

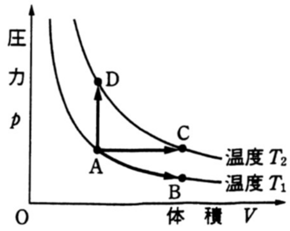
（ⅲ）等温曲線に比べ，断熱曲線の傾きは急

⑤　熱効率の公式

$e = \dfrac{W_{\mathrm{out}} - W_{\mathrm{in}}}{Q_{\mathrm{in}}} = \dfrac{Q_{\mathrm{in}} - Q_{\mathrm{out}}}{Q_{\mathrm{in}}}$ $(0 \leqq e < 1)$　※分母に注意

＜必須典型問題１＞

ピストンをもつシリンダー内に一定量の理想気体があり，最初の気体の状態は図の A 点で示されている。外から熱量 Q を与えたとき，気体の状態変化がそれぞれ B，C，D 点になった。それぞれの過程 A→B を①，A→C を②，A→D を③とする。



（１）①，②，③の変化をそれぞれ何というか。

（２）2 つの温度 T_1，T_2 はどちらが高いか。

（３）外に対して仕事をする過程はどれか。

（４）気体の内部エネルギーが増加する過程はどれか。

（５）気体の温度が変化しない過程はどれか。

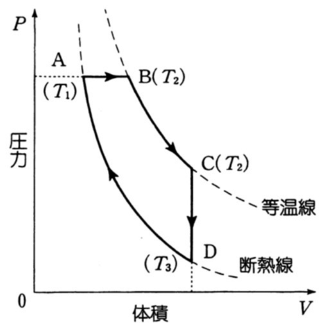
【解答】（１）①等温変化　②等圧変化　③定積変化

（２）$T_2 > T_1$　　（３）①と②　　（４）②と③　　（５）①

＜必須典型問題２＞

（　）内には適当な語句を，また〔　〕内には数式を入れよ。

定積モル比熱が C_V，定圧モル比熱が C_p の理想気体が n モルある。この気体の状態を，図に示すように，A→B→C→D→A と変化させた。B→C の区間は等温変化，D→A の区間は断熱変化である。



（　）内は各状態での絶対温度を示す

気体が仕事をした区間は（ア）と（イ）であり，仕事をされた区間は（ウ）である。そして 1 サイクル全体を通してみると，気体は仕事を（エ）いる。各状態での絶対温度 T_1，T_2，T_3 の間の大小関係を不等式にして示すと〔オ〕となる。

内部エネルギーが変化しなかった区間は（カ）であり，この間に気体は熱を（キ）している。また，内部エネルギーが変化した区間を①，②，③と名付けると，①では気体は熱を吸収し，②では熱を放出している。①での内部エネルギーの変化量は〔ク〕であり，吸熱量は〔ケ〕である。したがって，①での仕事の大きさは〔コ〕と表される。また，②での放出熱量は〔サ〕である。そして，③で気体になされた仕事は〔シ〕である。

【解答】（ア，イ）A→B と B→C　　（ウ）D→A　　（エ）「して」

〔オ〕$T_3 < T_1 < T_2$　　（カ）B→C　　（キ）吸収　　〔ク〕$nC_V(T_2 - T_1)$

〔ケ〕$nC_p(T_2 - T_1)$　　〔コ〕$n(C_p - C_V)(T_2 - T_1)$　　〔サ〕$nC_V(T_2 - T_3)$

〔シ〕$nC_V(T_1 - T_3)$

＜予習問題＞

【１】自由に動くピストンを備えた円筒容器 A が 1 気圧の大気中に置かれている。容器には気体がつめられている。はじめ気体の絶対温度は T_0 であり，ピストンは図１のように容器の底からℓの位置にある。

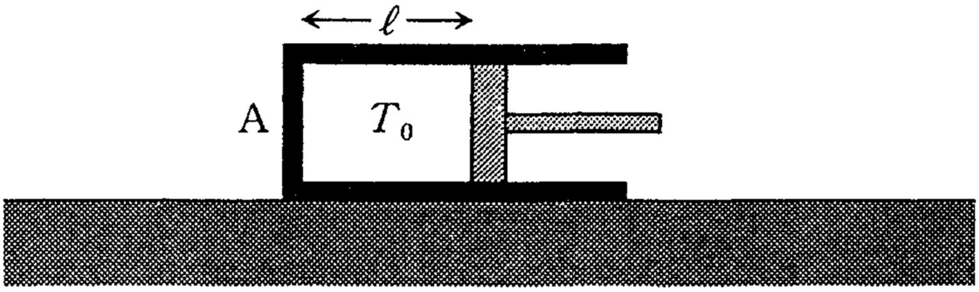


図１

問１　容器 A の気体の温度を T_0 から t だけ上昇させるとピストンはゆっくり移動して再びつりあった。このとき，A の気体の入っている部分の長さはいくらになるか。次の①～④のうちから正しいものを一つ選べ。

①　$\left(\dfrac{T_0}{T_0+t}\right)^2\ell$　　②　$\left(\dfrac{T_0+t}{T_0}\right)^2\ell$　　③　$\dfrac{T_0+t}{T_0}\ell$　　④　$\dfrac{T_0}{T_0+t}\ell$

問２　容器 A と同一のもう一つの容器 B を用意し，二つのピストンを図２のように連結して両方の容器を机に固定した。容器 A と B には温度 T_0 の等量の同じ気体がつめられ，ピストンはそれぞれの容器の底からℓの位置にあってつりあっている。容器 A の気体の温度は T_0 に保ち，容器 B の気体の温度を t だけゆっくり下降させたところ，ピストンは B の方に移動してつりあった。ピストンの移動した距離を表す式はどれか。以下の①～⑥のうちから正しいものを一つ選べ。

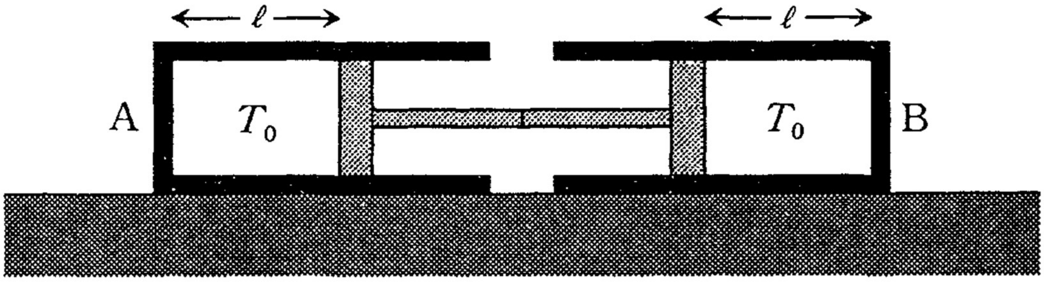


図２

①　$\dfrac{t}{T_0-t}\ell$　　②　$\dfrac{2t}{T_0}\ell$　　③　$\dfrac{t}{T_0-2t}\ell$

④　$\dfrac{t}{2T_0-t}\ell$　　⑤　$\dfrac{t}{T_0}\ell$　　⑥　$\dfrac{t}{2T_0}\ell$

【２】密封された n[mol]の理想気体について，その状態の変化を考えよう。

気体定数を R，定圧モル比熱を C_P，定積モル比熱を C_V として，次の問い（問１～６）の答えを，それぞれの解答群のうちから一つずつ選べ。

A　気体に図２のような循環過程 a→b→c→d→a を行わせる。状態 a の圧力，体積，温度（絶対温度）は，それぞれ p_0，V_0，T_0 である。状態 a から温度を一定に保って膨張させ，体積が 2 倍になった状態を b とする。状態 b から体積を一定に保って温度を変え，圧力が p_0 になった状態を c とする。状態 c から温度を一定に保って体積を V_0 まで圧縮した状態を d とする。さらに，体積を一定に保ったままで温度を変えて最初の状態 a にもどす。

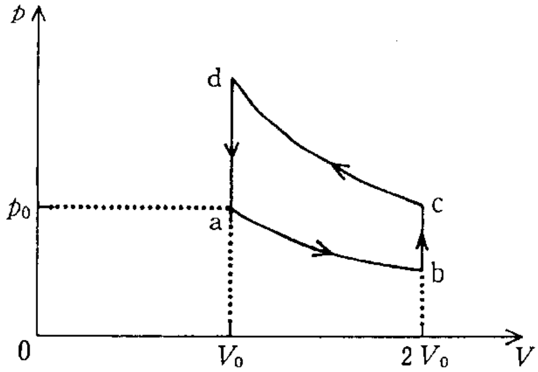


図　2

問１　状態 b の気体の圧力はいくらか。

①　$\frac{1}{4}p_0$　　②　$\frac{1}{3}p_0$　　③　$\frac{1}{2}p_0$

④　$\frac{2}{3}p_0$　　⑤　p_0　　⑥　$\frac{3}{2}p_0$

問２　状態 c の気体の温度はいくらか。

①　$\frac{1}{2}T_0$　　②　T_0　　③　$\frac{3}{2}T_0$

④　$2T_0$　　⑤　$\frac{5}{2}T_0$　　⑥　$3T_0$

問３　a→b の過程で，気体が外界からされる仕事と外界から吸収する熱量の和はいくらか。

問４　状態 d，a の気体の内部エネルギーをそれぞれ U_d，U_a とするとき，d→a の過程での内部エネルギーの変化，$U_a - U_d$ はいくらか。

問５　圧力を一定に保って，状態 c から状態 a にもどる過程を考える。この c→a の過程で気体が外界からされる仕事 W と，外界から吸収する熱量 Q はそれぞれいくらか。

$W = \boxed{\ 1\ }$，$Q = \boxed{\ 2\ }$

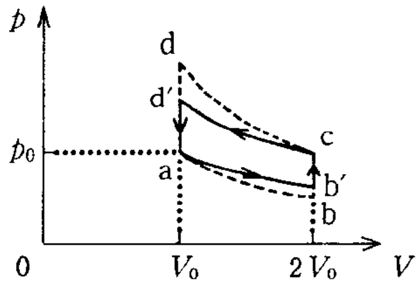
問３～問５の解答群

① nRT_0	② $-nRT_0$	③ $2nRT_0$	④ $-2nRT_0$
⑤ nC_pT_0	⑥ $-nC_pT_0$	⑦ $2nC_pT_0$	⑧ $-2nC_pT_0$
⑨ nC_vT_0	⓪ $-nC_vT_0$	ⓐ $2nC_vT_0$	ⓑ $-2nC_vT_0$
ⓒ 0			

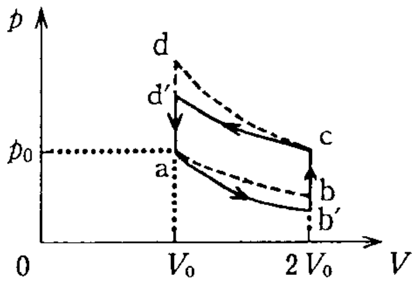
B　次に，図２において，状態 a から断熱的に体積を $2V_0$ まで膨張させた状態を b′ とする。また，状態 c から断熱的に V_0 まで圧縮した状態を d′ とする。

問６　気体に循環過程 a→ b′ →c→ d′→a を行わせたときの，気体の圧力 p と体積 V の関係を表すグラフを選べ。ただし，破線は図２の a→b→c→d→a を表す。

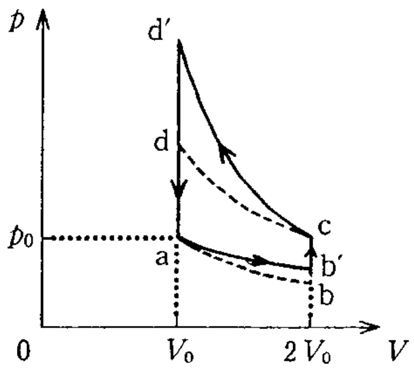
①



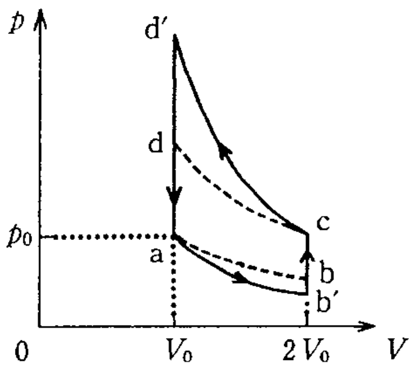
②



③



④



＜演習問題＞

【１】図 a のように 1 辺の長さ l の立方体（体積 V）の箱の中に，1 個の質量が m の単原子分子の気体が n モル（分子総数 N 個）入っている。気体分子どうしの衝突はなく，気体分子と立方体の壁（面）との衝突は完全弾性衝突とする。この気体の絶対温度を T ，圧力を p ，気体定数を R とするとき，以下の問いに答えよ。

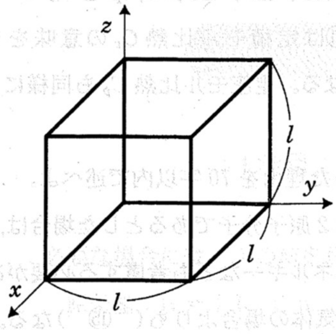


図 a

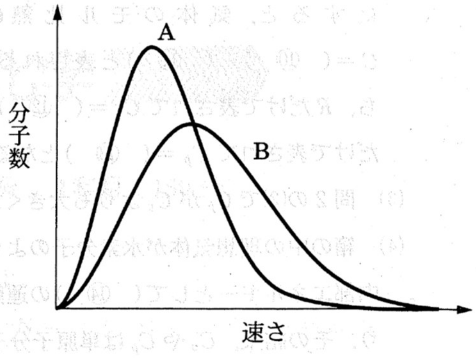


図 b

問 1　ある温度での各気体分子の速さは一定ではなく，通常，山なりの速さ分布曲線を示す。以下の文章のカッコの中を埋めよ。

（1）気体の温度を変えたら，図 b のように A，B ふたつの速さ分布曲線が得られた。気体分子の平均の速さが速いのは A，B のうち（　①　）であり，温度が低いのは A，B のうち（　②　）である。

（2）これらの気体分子の x 方向の速度成分 v_x の二乗平均$\langle v_x^2 \rangle$と速度の二乗平均$\langle v^2 \rangle$の関係は$\langle v_x^2 \rangle$ ＝（　③　）となり，全ての気体分子でこのような関係が成り立っているとしてよい。そこで，1 個の気体分子が x 方向の壁に与える力 F は力積と運動量変化の関係を考慮して m ，l ，$\langle v^2 \rangle$で表すと F＝（　④　）となることから，圧力 p は N ，m ，V ，$\langle v^2 \rangle$で表すと p＝（　⑤　）と表現される。

問 2　箱の中の気体を理想気体とするとき，以下の文章のカッコの中を埋め，（3）では文章で答えよ。

（1）内部エネルギーU は（　⑥　）と（　⑦　）の和であるが，理想気体は（　⑦　）を無視した気体である。よって，内部エネルギーU は⑤を参考にして V と p で表すと U＝（　⑧　）となるが，理想気体の状態方程式より内部エネルギーU は n ，R ，T で表すと U＝（　⑨　）となり，内部エネルギーU は温度とモル数だけの関数となる。

（2）気体に熱量を加えたときの内部エネルギーの変化量をΔU ，体積の変化量をΔV ，温度の変化量をΔT とする。このとき，熱力学第 1 法則を参考にすると，気体のモル比熱 C はΔU ，ΔV ，ΔT ，n ，p を用いて C＝（　⑩　）＋（　⑪　）と表される。⑪は定積モル比熱 C_v の意味をもち，R だけで表されて C_v＝（　⑫　）となる。定圧モル比熱 C_p も同様に R だけで表されて C_p＝（　⑬　）となる。

（3）問 2 の（2）で C_p が C_v よりも大きくなった理由を 70 字以内で述べよ。

（4）箱の中の理想気体が水素分子のような 2 原子分子であるとした場合は，
内部エネルギーとして（　⑭　）の運動エネルギーなども考慮する必要があり，
その結果，C_v や C_p は単原子分子の気体の場合よりも（　⑮　）なる。この場合，
C_p と C_v に対する割合である C_p / C_v は単原子分子の気体の場合と比較すると
（　⑰　）なっている。

（2003 年　九州大）

【２】以下の文章で，関係式（ア）から数式（コ）までに入るべき語または式を解答用紙の所定の欄に記入し，問いに答えよ。

n [mol]の理想気体の絶対温度 T [K]，圧力 P [N/m^2]，および体積 V [m^3]の間には，関係式（ア）の関係があり，これを理想気体の状態方程式という。ただし，R [J/mol・K]は気体定数とよばれる定数である。理想気体の内部エネルギーU [J]は，温度 T に比例するが体積 V には依存せず，単原子分子の理想気体の場合には

$U = \dfrac{3}{2}nRT$ となることが知られている。

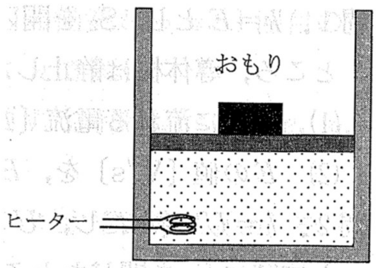


図 1

今，n [mol]の単原子分子理想気体がヒーターのついた断面積 S [m^2]のシリンダー内に，滑らかに動くピストンで閉じ込められているとする。最初，ピストンには図 1 のようにおもりが載せられていて，気体の温度，体積，および圧力はそれぞれ T_0 [K] ，V_0 [m^3]，および P_0 [N/m^2]であったとする。この状態を A と呼ぶ。このとき，気体がおもりとピストンを支えている力 F [N]は数式（イ）である。

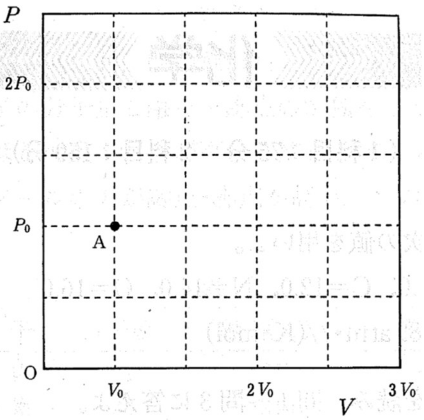
〔Ⅰ〕状態 A から，ヒーターで気体を加熱し体積が $2V_0$ になるまで膨張させたとする（過程Ⅰ）。この結果得られた状態を B と呼ぶ。この状態 B の気体の温度 T_B [K]は数式（ウ）である。この過程Ⅰの間に，ピストンが動いた距離 X [m]は数式（エ）なので，気体が外部にした仕事 W_1 [J]は数式（オ）となる。一方，気体の内部エネルギーの増加$\varDelta U_1$ [J]は数式（カ）だから，気体が吸収した熱量 Q_1 [J]は T_0 と R および n を用いて表すと数式（キ）となる。

〔Ⅱ〕同じく最初の状態 A からヒーターで気体を加熱するが，今度はピストンを固定して気体の体積を V_0 に保ったまま温度を T_B まで上げたとする（過程Ⅱ）。この結果得られた状態を C と呼ぶ。この過程Ⅱで，気体の内部エネルギーの増加$\varDelta U_2$ [J]は数式（ク）で，気体が外部にする仕事 W_2 [J]は数式（ケ）なので，気体が吸収する熱量 Q_2 [J]は数式（コ）となる。

〔Ⅲ〕上の状態 C から，温度を T_B に保ったまま体積を V_0 から $2V_0$ まで膨張させたとする（過程Ⅲ）。その結果得られた状態は過程Ⅰで得られた状態 B に等しい。この過程Ⅲで気体が吸収する熱量を Q_3 [J]とする。

問 1　解答用紙のグラフに，縦軸を P ，横軸を V として状態 A の位置が黒丸で示してある。このグラフに，状態 B および C の位置を黒丸で示し，その横にそれぞれ B，C と明示せよ。さらに，過程 I ，II，およびIIIについて，状態の変化の軌跡と方向を矢印つきの実線で示し，それぞれに I ，II，およびIIIと明示せよ。

〔解答用紙〕



問 2　問 1 と同じ解答用紙のグラフに，過程IIIで気体が吸収した熱量 Q_3 の大きさに相当する領域を，斜線をほどこして示せ。

問 3　状態 C（温度 T_B ，体積 V_0）にあるとき，図 2 のようにシリンダーに体積 V_0 の真空の容器をコックを通して接続し，ピストンを固定し熱の出入りを断ったままコックを開いてシリンダー内の気体を噴出させた。気体が容器全体に行き渡った後の気体の温度は，どうなるか。理由とともに 40 字程度（解答欄：48 字）で述べよ。ただし，シリンダーと容器をつなぐ管の体積は無視できるものとする。

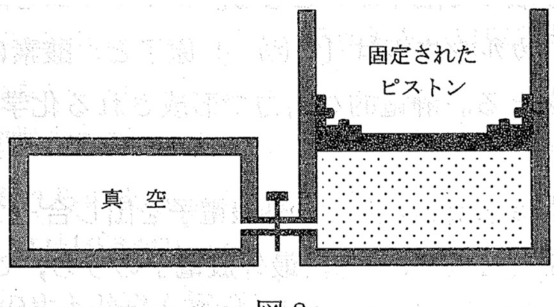


図 2

（2001 年　九州大）

◆第６回　波動◆

＜重要事項＞

○　正弦波の式（基本）　$y = A\sin\omega t = A\sin\frac{2\pi}{T}t = A\sin 2\pi ft$

位相　　—　媒質がどの振動状態にあるかを表す。

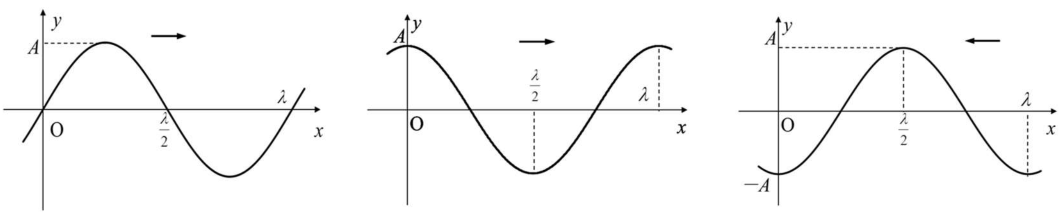
※媒質の単振動を表す等速円運動の回転角のこと。

位置 x における波の式の作り方
①　原点における媒質の単振動を表す式 $y_O(t)$ をつくる。（初期位相により sin，cos など）
②　位置 x まで波（振動状態）が伝わってくる時間を考えて t を $t \pm \frac{x}{v}$ に置き換える。

＜必須典型問題＞

波長λ，振動数 f の正弦波があり，$t = 0$ での波形は図のようになっている。矢印は波の進む向きを示している。これらの波の式を求めよ。

（１）　　（２）　　（３）



【解答】

（１）$y_O = A\sin(\omega t + \pi) = -A\sin 2\pi ft$　より，

$$y_x = -A\sin 2\pi f\left(t - \frac{x}{v}\right) = -A\sin 2\pi f\left(t - \frac{x}{\lambda f}\right) = -A\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

（２）$y_O = A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = A\cos 2\pi ft$　より，

$$y_x = A\cos 2\pi f\left(t - \frac{x}{v}\right) = A\cos 2\pi f\left(t - \frac{x}{\lambda f}\right) = A\cos\left(2\pi ft - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

（３）$y_O = A\sin\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right) = -A\cos 2\pi ft$　より，

$$y_x = -A\cos 2\pi f\left(t + \frac{x}{v}\right) = -A\cos 2\pi f\left(t + \frac{x}{\lambda f}\right) = -A\cos\left(2\pi ft + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

■光の性質と進み方■

○光の種類

波長　770	700		600		500		380　[nm]
	赤	橙	黄	緑	青	紫	
赤外線	可視光線						紫外線

単色光：単一波長からなる光

白色光：複数の波長の色を含み，色合いを感じない光。（太陽光線など）

○光の速さ

真空中（空気中）の光の速さ：$c = 3.00\times10^8$m/s

その他の媒質中の光の速さは $\dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{n_2}{n_1}=n_{12}$ で考える。

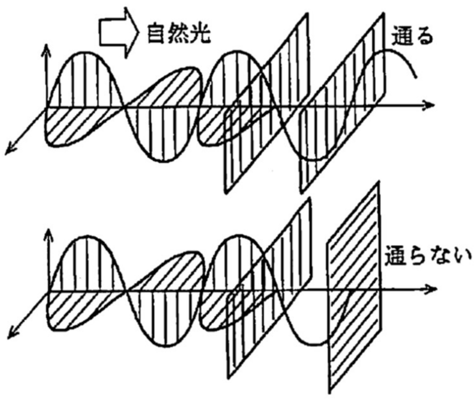
光の速さと波長は比例関係にある。$\dfrac{c}{\lambda}=\dfrac{c'}{\lambda'}=f(\text{一定})$

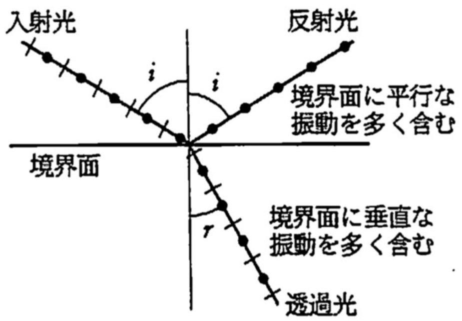
○偏光

自然光：いろいろな方向の振動面をもつ光。（太陽光，電球の光など）

偏光：特定な方向の振動面だけの光。自然光を偏光板に通すとできる。

※光の偏りの現象は，光が横波であることを示している。水面やガラス板での反射光は，特定の方向の偏光を多く含む。





○光と音の違い

	光	音
波の種類	横波であるから，偏り（偏光）の現象がある。	縦波であるから，偏りの現象はない。
媒質中の速さ	波長によって異なるから，プリズムによって分散スペクトルが得られる。（後述）	振動数や波長によって異ならないから，光の分散のような現象は起こらない。
波長の長さ	短いので，回折現象は目立たない。	長いので，音の回折現象は著しい。

〇光学的疎密

光学的に疎	⇒	絶対屈折率小	
密	⇒	大	
光学的に疎な媒質での反射		⇒	位相の変化なし
密		⇒	位相がπ 変化

〇光路長

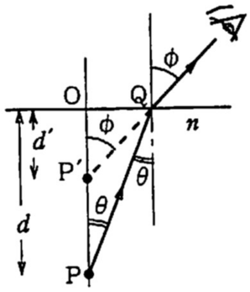
光路長 ＝ 屈折率×距離

(説明)光が真空中を距離 l 進むのに要する時間 t は $t=\dfrac{l}{c}$ であるが，屈折率 n の媒質中を同じ距離を進むには $t'=\dfrac{l}{c/n}=\dfrac{nl}{c}$ $(>t)$だけの時間がかかる。これから，屈折率 n の媒質中の距離 l は，光の進行に対しては真空中での距離 nl に相当することになる。この nl を光路長または光学距離という。

〇屈折による浮き上がり

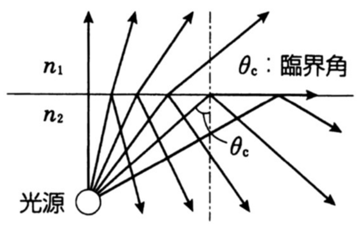
屈折率 n の液体中で深さ d にある物体 P を真上の空気中から見ると，物体 P は，深さ $d'=\dfrac{d}{n}$ の位置にあるように見える。（見かけの深さ）

逆に，屈折率 n の液体中から空気中の高さ H の物体を見ると， $H'=nH$ の高さに見える。



〇全反射

屈折率の大きい媒質から小さい媒質に光が進むとき，入射角がある角度（臨界角θ_c）より大きくなると，屈折光線は全くなく，反射光線だけとなる。この現象を全反射という。



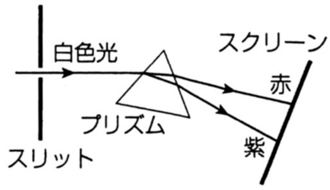
臨界角の求め方：屈折の法則で「屈折角 ＝90°」を代入。

○光の散乱

散乱：光が，空気中の気体分子やちりなどの微粒子に当たると，四方に散っていく現象。

※波長が短いほど散乱されやすい。⇒青は散乱され________，赤は散乱され________。

○光の分散・スペクトル



光の分散：スリットを通した自然光（白色光）をプリズムに当てると，光は色によって屈折率が違うため各色の光が分離する現象。

光のスペクトル：光が波長の順に並んだ色帯。

分散スペクトル：プリズムを用いて得られるスペクトル。

回折スペクトル：回折格子によるスペクトル。（赤色の方が大きく曲がる。$d\sin\theta = m\lambda$ ）

■レンズの性質■

写像公式

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \qquad \text{倍率}\left|\frac{b}{a}\right|$$

a：物体の位置

b：像の位置　{ 物体と反対側⇒正 / 物体と同じ側⇒負 }

f：焦点距離　{ 凸レンズ⇒正 / 凹レンズ⇒負 }

物体の位置関係	$a > f$	$a < f$
凸レンズ ($f > 0$)	倒立実像 $b > 0$	正立虚像 $b < 0$
凹レンズ ($f < 0$)	正立虚像 $b < 0$	

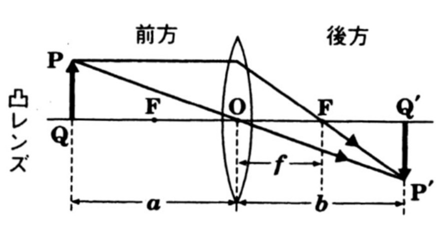
○作図の基本

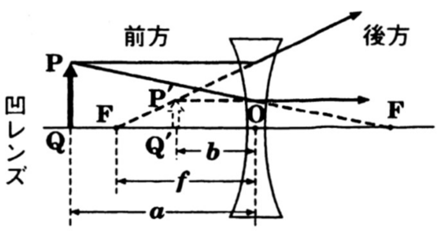
光はレンズの厚い方に屈折する。

①中心を通る光：直進する

②焦点を通る光：光軸に平行に進む

③光軸に平行な光：焦点を通る





○組合せレンズ

複数枚のレンズを用いる場合，はじめのレンズによる像を次のレンズの物体とみなし，順次レンズの公式を適用すればよい。

＜予習問題＞

【１】次の問いに答えよ。

問１　図１のように，空気中から屈折率n_1のガラス直方体ABCDの側面ABに平行光線を入射させる。図１の点Pと点SはAB上にあり，PQは入射光の進行方向に垂直，RSは屈折光の進行方向に垂直である。距離QSは距離PRの何倍か。正しいものを，以下の①～⑥のうちから一つ選べ。ただし，空気の屈折率をn_0とし，$n_1 > n_0$とする。

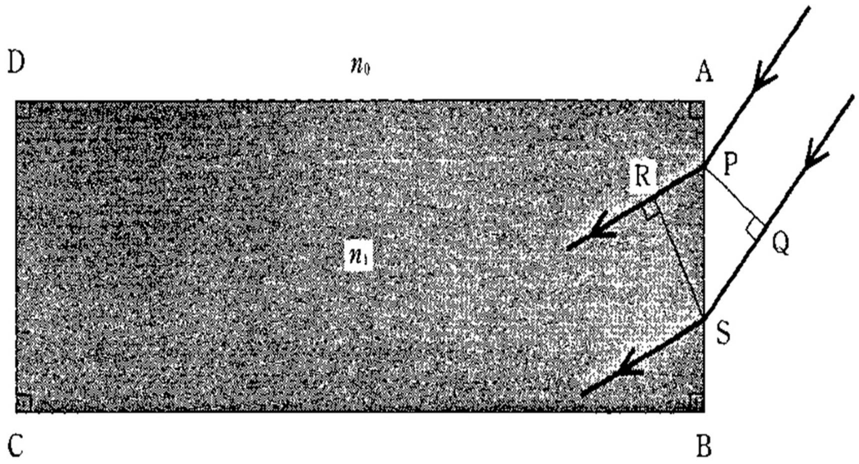


図１

① $\sqrt{\dfrac{n_0}{n_1}+1}$　　② $\sqrt{\dfrac{n_1}{n_0}}$　　③ $\dfrac{n_0}{n_1}+1$

④ $\dfrac{n_1}{n_0}$　　⑤ $\left(\dfrac{n_0}{n_1}+1\right)^2$　　⑥ $\left(\dfrac{n_1}{n_0}\right)^2$

問２　次に，図２のように，ガラス直方体の上面と下面に屈折率n_2のガラス板を密着させて，光線を側面ABから入射させた。このとき，ガラス直方体中で光線が全反射を繰り返しながら，側面CDまで到達するためには，n_1，n_2，図２の角度θの間にどのような関係がなければならないか。正しいものを，以下の①～⑧のうちから一つ選べ。

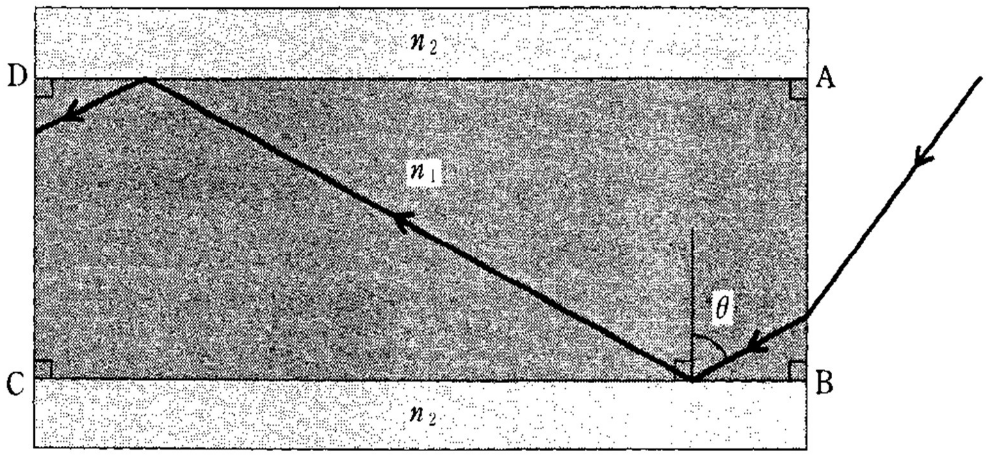


図２

① $n_1 < n_2$ および $\cos\theta > \dfrac{n_1}{n_2}$

② $n_1 > n_2$ および $\cos\theta > \dfrac{n_2}{n_1}$

③ $n_1 < n_2$ および $\cos\theta < \dfrac{n_1}{n_2}$

④ $n_1 > n_2$ および $\cos\theta < \dfrac{n_2}{n_1}$

⑤ $n_1 < n_2$ および $\sin\theta > \dfrac{n_1}{n_2}$

⑥ $n_1 > n_2$ および $\sin\theta > \dfrac{n_2}{n_1}$

⑦ $n_1 < n_2$ および $\sin\theta < \dfrac{n_1}{n_2}$

⑧ $n_1 > n_2$ および $\sin\theta < \dfrac{n_2}{n_1}$

【２】異なる色の光線の屈折・反射に関する次の問い(ａ・ｂ)に答えよ。

ａ　図１のように赤色と紫色の２本の平行光線を平板ガラスに入射させた。ガラス板を通ったあとの光線の経路を示した概念図として正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

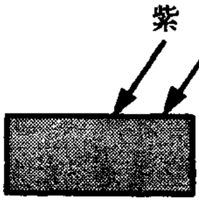
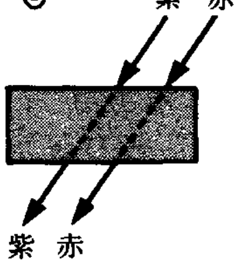
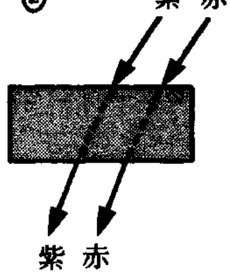


図　1

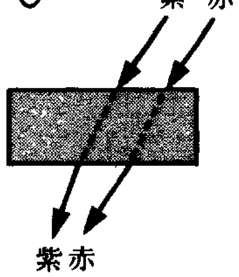
①



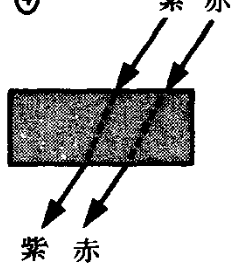
②



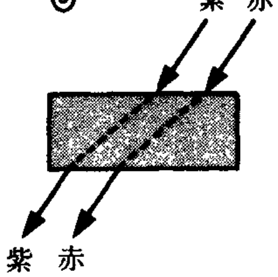
③



④



⑤



b　図２のように赤色と紫色の２本の平行光線を凹面鏡に入射させた。反射後の光線の経路を示した概念図として正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。

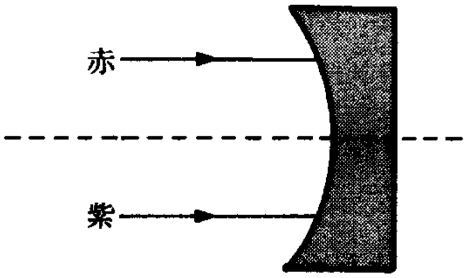
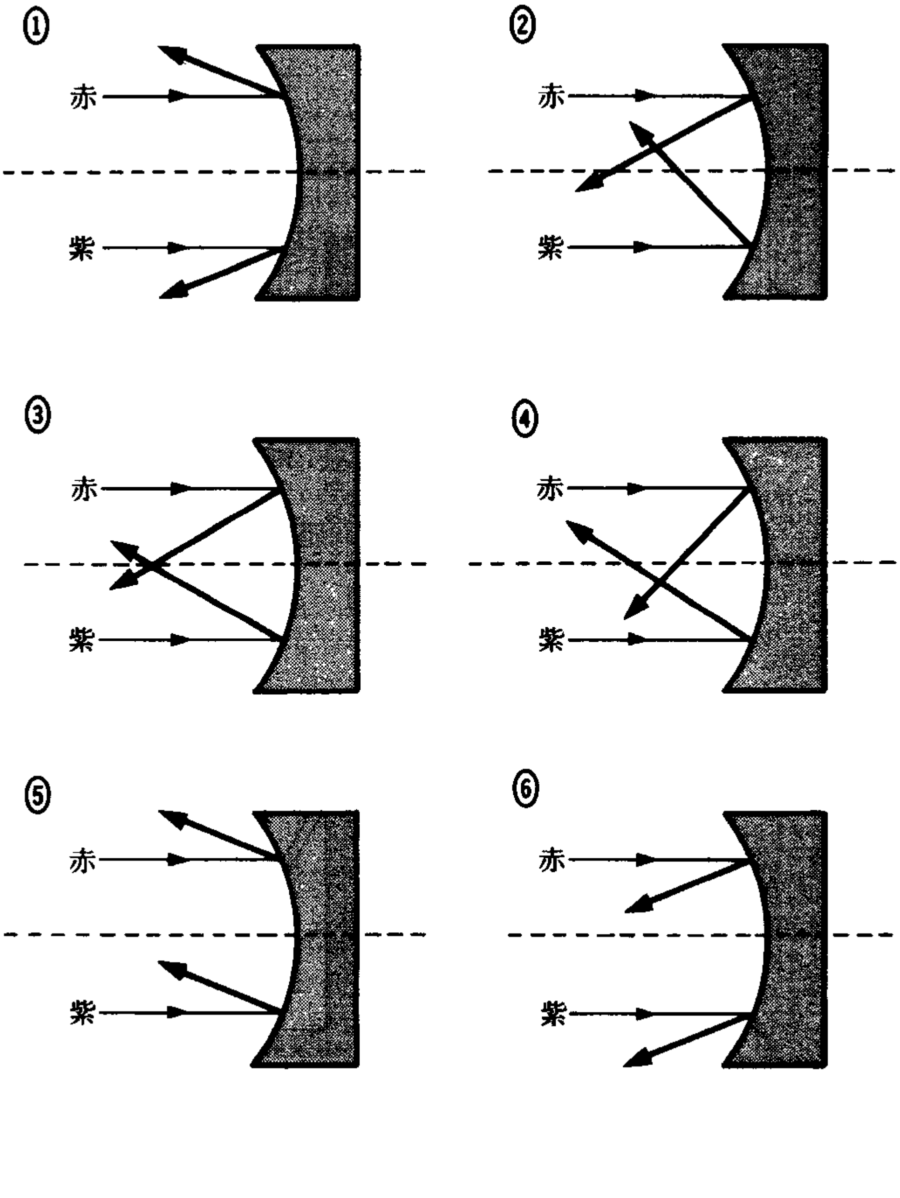


図　2



【３】レーザーショーでは，レーザー光をビルの壁などのスクリーンに照射しながらすばやく動かし，目の残像を利用して，文字や線画をかく。スクリーンに太い線を引くために，レーザー光を広げる方法について考えよう。図１のように，直径d_1の平行なレーザー光を，光軸をそろえて置かれた凹レンズと凸レンズに左側から入射する。凹レンズの焦点距離はf_1，凸レンズの焦点距離はf_2で，いずれも正の値とし，f_1はf_2よりも小さいとする。凹レンズと凸レンズの間の距離をある値にしたところ，凸レンズを出てきた光は，平行光線になった。

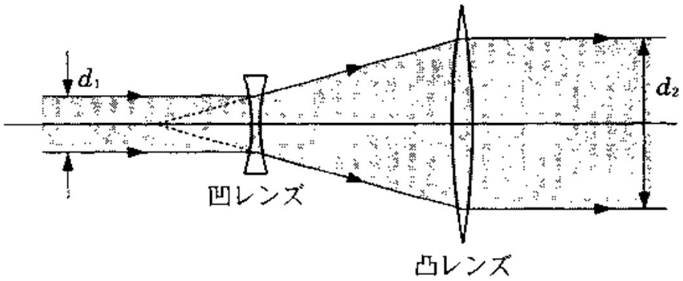


図　1

問１　このとき凹レンズと凸レンズの間の距離はいくらか。正しいものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

① f_1　　② f_2

③ $f_1 + f_2$　　④ $f_2 - f_1$

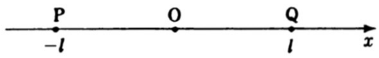
問２　凸レンズから出てきた平行光の直径をd_2とすると，$\dfrac{d_2}{d_1}$はいくらになるか。正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。

① $\dfrac{f_1}{f_2}$　　② $\dfrac{f_2}{f_1}$　　③ $\dfrac{f_1 + f_2}{f_2 - f_1}$

④ $\dfrac{f_2 - f_1}{f_1 + f_2}$　　⑤ $\dfrac{f_1 + f_2}{f_2}$　　⑥ $\dfrac{f_2}{f_1 + f_2}$

＜演習問題＞

【１】図に示すように，水面上に距離 2ℓ だけ離れた点 P，Q に波動発生装置を置き振幅 A，波長 λ，周期 T の波を同時に発生させた。PQ を結ぶ線を x 軸とし，その中点に原点 O をとる。このとき，x 軸に沿った水面の変位だけを考えて，2 つの波が重なりあい，定常波をつくったとする。



波の式を，位置 x，時刻 t を変数として $A\sin(bt + cx + d)$ と表すことにし，壁などによる波の反射や波動発生装置によって定常波の形がくずれないものとして，以下の問いに答えよ。

（１）P 点および Q 点から正の方向に進む波，また，Q 点から負の方向に進む波の式を A，λ，T および ℓ を用いて示せ。

（２）P 点から正の方向に，Q 点から負の方向に進む波を合成したとき，波の式が x を変数とする関数 $f(x)$ と，t を変数とする関数 $g(t)$ の積で表されることを示し，$f(x)$，$g(t)$ を求めよ。必要であれば，三角関数の公式 $\sin(X \pm Y) = \sin X \cos Y \pm \cos X \sin Y$ を使用せよ。

（３）$x = \ell/2$ で，いつでも腹になるためには，波長はどのような条件を満足すればよいか。また，そのときの定常波の式を 1 つ示せ。

（４）$x = \ell/2$ で，いつでも節になるためには，波長はどのような条件を満足すればよいか。また，そのときの定常波の式を 1 つ示せ。

（横浜市立大）

【２】次の文章を読んで，問 1〜4 に答えよ。

線密度（単位長さあたりの質量）ρ [kg/m]の物質でできた弦を伝わる横波を考える。弦の張力を T [N]とし，弦に対する重力の影響は無視する。以下のように考えて，弦に伝わる横波の速さv[m/s]が，$\sqrt{T/\rho}$となることを示そう。

図 1 は右方向に速さvで進む横波があるときの時刻$t=0$における弦の変位を表したものである。変位が最大となる点（以下最大変位点と呼ぶ）を A とし，その近傍の弦の形状は，中心が O，半径が R[m]の円弧 C が近似できるものとする。

図 2 は点 A 近傍で横波が進む様子を模式的に描いたものである。短い時間 t [s]後に弦上の点 A が大きさa[m/s^2]の加速度で点 B まで等加速度運動をしたとすると，その移動量 y [m]（＝AB）は$\boxed{\text{ア}}$となる。一方，時間 t 後における最大変位点 A′近傍の弦の形状は O’ を中心とする半径 R の円弧 C’ となり，点 B は円弧 C′の上にあることになる。図 2 中に示してあるように，A’O’ 上に点 B’ を AB＝A’B’ となるようにとり，∠BO’B’＝2Φとすると，

$$\frac{\mathrm{BB'}}{\mathrm{O'B}}=\frac{\boxed{\text{イ}}}{R}=\sin(2\Phi)\fallingdotseq 2\Phi,\quad \frac{\mathrm{A'B'}}{\mathrm{BB'}}=\frac{y}{\boxed{\text{イ}}}=\tan\Phi\fallingdotseq\Phi$$

が成立するから y＝$\boxed{\text{ウ}}$となり，$\boxed{\text{ア}}$と比較して点 A の加速度の大きさが，a＝$\boxed{\text{エ}}$と求められる。

次に，A 点を中心とした極めて微小な長さ s[m]の部分 PQ を弦上に考える（図 3）。この微小部分の質量を m[kg]，AO 方向の加速度を a，微小部分にかかる AO 方向の力を F[N]とすると，運動方程式は$\boxed{\text{オ}}$＝F となる。また図 3 において，2θはs/Rで与えられる。一方，微小部分の質量 m は$\boxed{\text{カ}}$で，AO 方向の加速度 a は$\boxed{\text{エ}}$で与えられる。さらに，微小部分にかかる AO 方向の力 F をθと弦の張力 T を用いて表すと$\boxed{\text{キ}}$となる。θは十分小さいので，$\sin\theta\fallingdotseq\theta=s/(2R)$なる近似を行うと，$F$＝$\boxed{\text{ク}}$となる。これらを運動方程式$\boxed{\text{オ}}$＝$F$ に代入することによって，$v=\sqrt{T/\rho}$が得られる。

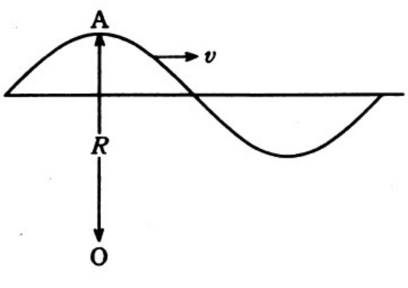


図 1

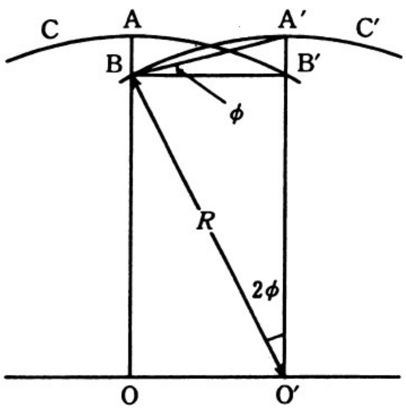


図 2

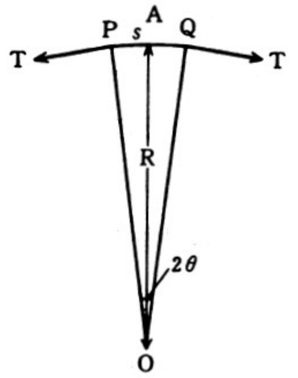


図　3

問 1　上の文空の空欄（ア）～（ク）を適当な数式で埋めよ。

問 2　上で求めた横波の速度vは$v = T^{\alpha}\rho^{\beta}$とおいて両辺の次元が一致するように，$\alpha$，$\beta$を定めたものに等しいことを示せ。

問 3　上の弦を間隔L[m]の固定端 X および Y の間に張力Tで張り，振動を与えたところ，n個の腹をもつ定常波が観測された。この振動の振動数f[Hz]を間隔L，張力T，線密度ρ，腹の数nを用いて表せ。また，定常波ができる理由を簡潔に説明せよ。

問 4　ギターなどの弦楽器では，低音弦に太い巻線を用いている。その理由を上で求めた横波の速度vの式にもとづいて説明せよ。

（1996 年　神戸大）

◆第７回 ドップラー効果◆

<重要事項>

■ドップラー効果■

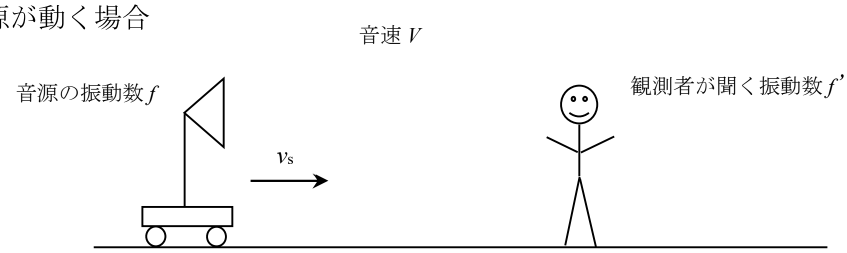
解法のコツ

① 音源が出す波長を考える。

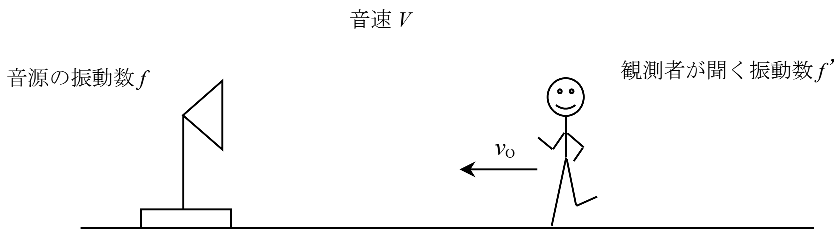
② その波長の音をどういう音速で観測者が聞いたのかを考える。

③ $v = \lambda f$

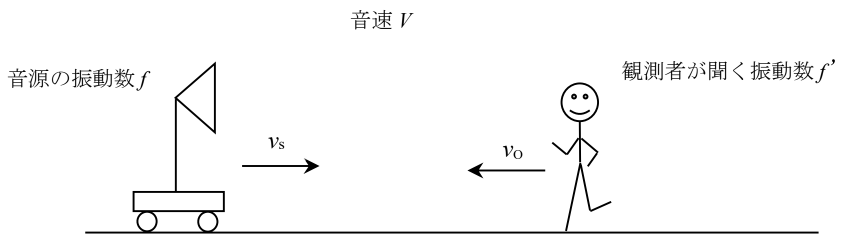
(ⅰ) 音源が動く場合



(ⅱ) 観測者が動く場合



(ⅲ)　音源と観測者が動く場合



(ⅳ)　反射板のはたらき

①観測者⇒②音源として考える。

(ⅴ)　風が吹いている場合

音速の変化を考慮する。

(ⅵ)　斜めに動く場合

音源または観測者の速度を成分分解する。

＜予習問題＞

【１】次の問い(問１～４)に答えよ。

音源Ｓが振動数 f [Hz]の音を出している。このＳから少し離れた所に観測者Ｏがいて，Ｓからの音を聞く。空気中での音速を V とする。次の問い(問１～４)に答えよ。

問１　図１のように音源Ｓが，静止した観測者Ｏに向かって速さ v_1 で動いているとき，Ｏに聞こえる音の振動数 f_1 [Hz]はいくらか。以下の①～⑤のうちから正しいものを一つ選べ。

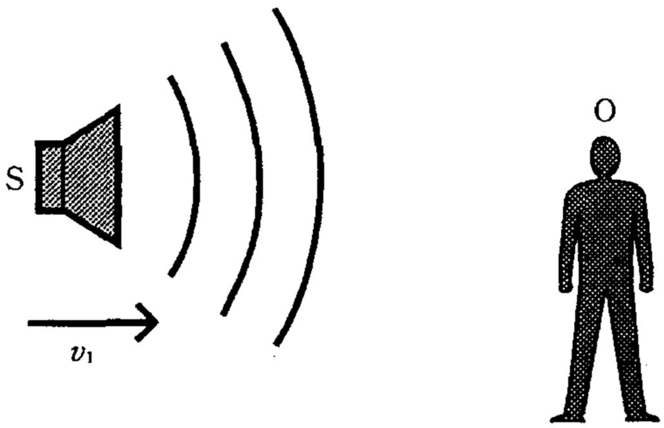


図１

① $\dfrac{V}{V+v_1}f$　　② $\dfrac{V}{V-v_1}f$　　③ f

④ $\dfrac{V-v_1}{V}f$　　⑤ $\dfrac{V+v_1}{V}f$

問２　図１の観測者Ｏに聞こえる音は，Ｓが静止していたときと比べて高くなっている。この理由として正しいものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

① 音の波長が短くなっているから。
② 音の波長が長くなっているから。
③ 観測者からみた音の速さが大きくなっているから。
④ 観測者からみた音の速さが小さくなっているから。

問３　図２のように，音源Ｓの隣に振動数 f' [Hz]の別の音源S′を置く。音源Ｓ，S′と観測者Ｏが静止した状態で，Ｏは１秒間に２回のうなりを聞いた。このときの振動数 f' の値として考えられるものを，以下の①～⑤のうちから二つ選べ。ただし，解答の順序は問わない。$\boxed{\ 1\ }$，$\boxed{\ 2\ }$

① $\dfrac{f}{2}$　　② $f-2$　　③ f　　④ $f+2$　　⑤ $2f$

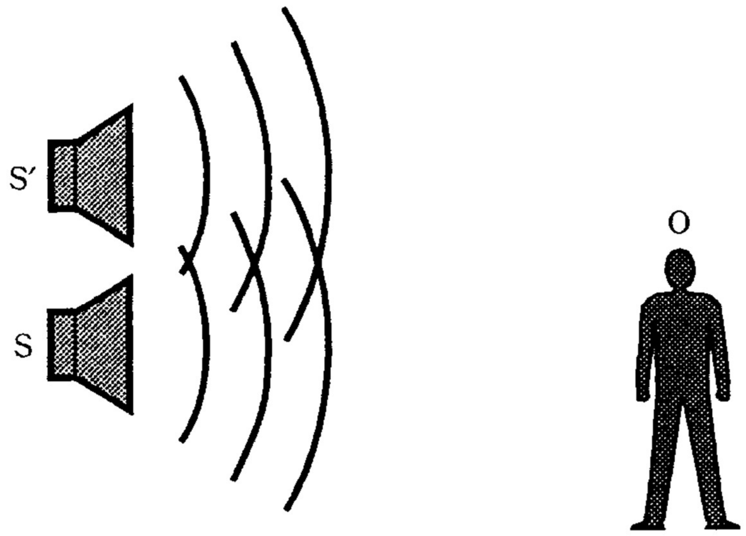


図 2

問４　図３のように，同じ振動数の二つの音源Ｓを向かい合わせに置く。その二つの音源を結ぶ直線上を，観測者Ｏが速さ v_2 で歩きながら音を聞く。そのとき，1 秒間に聞くうなりの回数はいくらか。以下の①～⑥のうちから正しいものを一つ選べ。

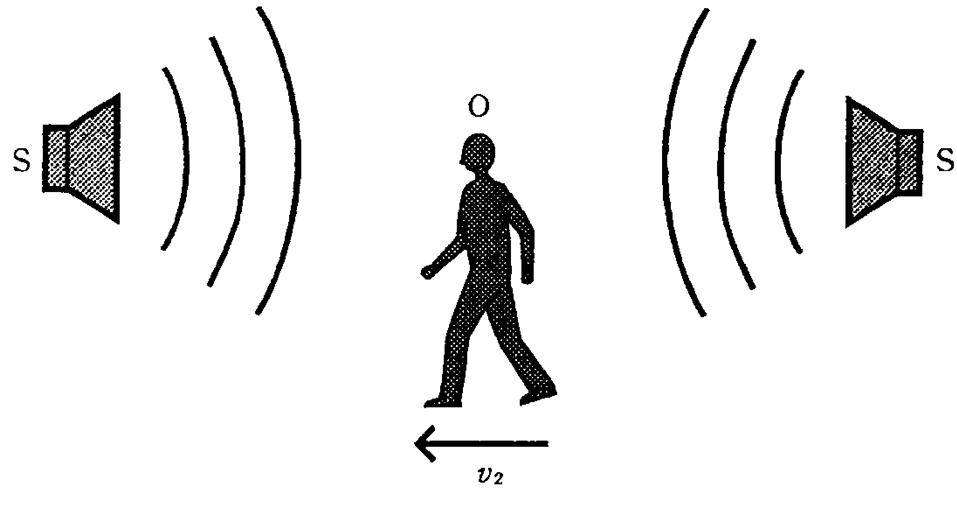


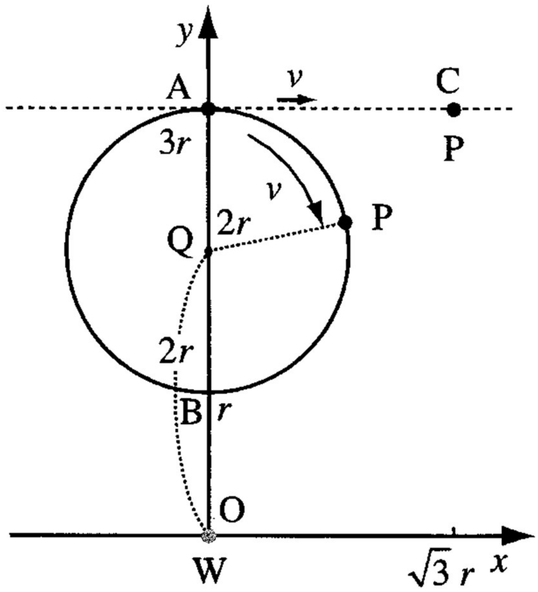
図 3

① $\dfrac{v_2}{V}f$　　② $\dfrac{V-v_2}{V}f$　　③ $\dfrac{V+v_2}{V}f$

④ $2\dfrac{v_2}{V}f$　　⑤ $2\dfrac{V-v_2}{V}f$　　⑥ $2\dfrac{V+v_2}{V}f$

＜演習問題＞

【１】図のように，水平面内に x 軸，y 軸をとる。振動数 f [Hz]の音を出している音源 P が点 A(0，3r) から一定の速さ v[m/s]で点 Q(0，2r) を中心とする半径 r[m]の等速円運動をしている。観測者 W は原点 O(0，0) に静止している。音速を V[m/s]として，次の問いに答えよ。ただし，音源 P が点 A(0，3r) から等速円運動を開始した時刻を $t = 0$ とする。解答に必要な計算および答えは指定されたところに書け。



（１）音源が一周する時間 t_c [s]を r，v を用いて表せ。

（２）点 A で音源 P から出た音は観測者 W に振動数 f_A [Hz]の音として聞えた。f_A を f を用いて表せ。

（３）観測者 W が時刻 t_1 [s]に最も高い振動数 f_{max} [Hz]の音を聞いた。t_1 と f_{max} を r，v，V，f を用いて表せ。

（４）観測者 W が最も高い音を聞いてから，時刻 t_2 [s]後に最も低い振動数 f_{min} [Hz]の音を聞いた。t_2，f_{min} を r，v，V，f を用いて表せ。

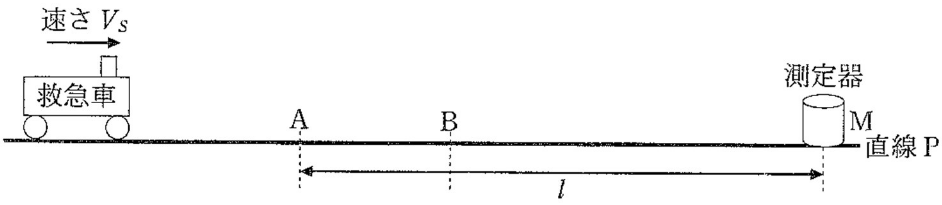
（５）等速円運動をしていた音源 P は点 A に到着後，一定の速さ v[m/s]で点 C($\sqrt{3}r$，3r) に向かって等速直線運動を始めた。点 C で音源 P から出された音は観測者 W に振動数 f_C [Hz]の音として聞こえた。f_C を v，V，f を用いて表せ。

（2009 年　近畿大－医）

【２】無風状態の空気中を伝わる速さ V[m/s]の音波について考える。以下の問いに答えよ。

問１　文中の空欄にあてはまる数式を答えよ。

図(a)のように点 M に静止している振動数測定器に対して，救急車が直線 P 上を V_S[m/s] ($ただし，0<V_S<V$)の速さで近づきながら，一定の振動数 f[Hz]の音を出している。すなわち救急車は 1 秒間に f 個の音波（1 波長分を 1 個と数える）を発している。測定器からの距離が l[m]の地点を点 A とする。点 A で発せられた音波が測定器に到達するまでの時間は，$\boxed{\text{ア}}$ である。救急車が点 A を通過後，Δt 秒後に点 B に来た。ただし，点 B は点 A と点 M の間にある。点 B で発せられた音波が測定器に到達するまでの時間は，$\boxed{\text{イ}}$ である。測定器が点 A からの音波を感知してから，点 B からの音波を感知するまでの時間は，$\boxed{\text{ウ}}$ となる。時間 $\boxed{\text{ウ}}$ の間には $f\Delta t$ 個の音波が含まれるので，測定器が測定した音波の振動数は，$\boxed{\text{エ}}$ となる。



図(a)

問 2. 文中の空欄にあてはまる数式を答えよ。

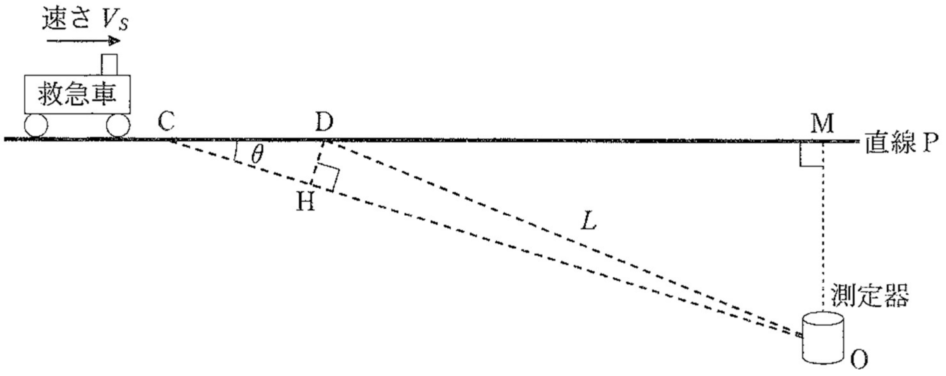
図(b)のように直線 P 上にある点 M から測定器を点 O に離した場合を考える。問 1 と同じく，救急車は直線 P 上をV_S[m/s]の速さで左から右に移動しながら，一定の振動数f[Hz]の音を出している。直線 P 上のある地点を点 C とし，線分 OC と直線 P のなす角をθ[rad]とする。救急車が点 C を通過後，Δt 秒後に点 D に来た。線分 OD の長さを L[m]とする。図(b)のように線分 OC に対して点 D からの垂線の足を点 H とする。時間Δt が十分短いとき，角 DOC は十分小さいので，線分 OD と線分 OH の長さが等しいと見なせる。このことを利用すると，線分 OC の長さは，$\boxed{\text{オ}}$

となる。点 C で発せられた音波が測定器に到達するまでの時間は，$\boxed{\text{カ}}$ である。

測定器が点 C からの音波を感知してから，点 D からの音波を感知するまでの

時間は，$\boxed{\text{キ}}$ となる。時間 $\boxed{\text{キ}}$ の間には $f\Delta t$ 個の音波が含まれるので，

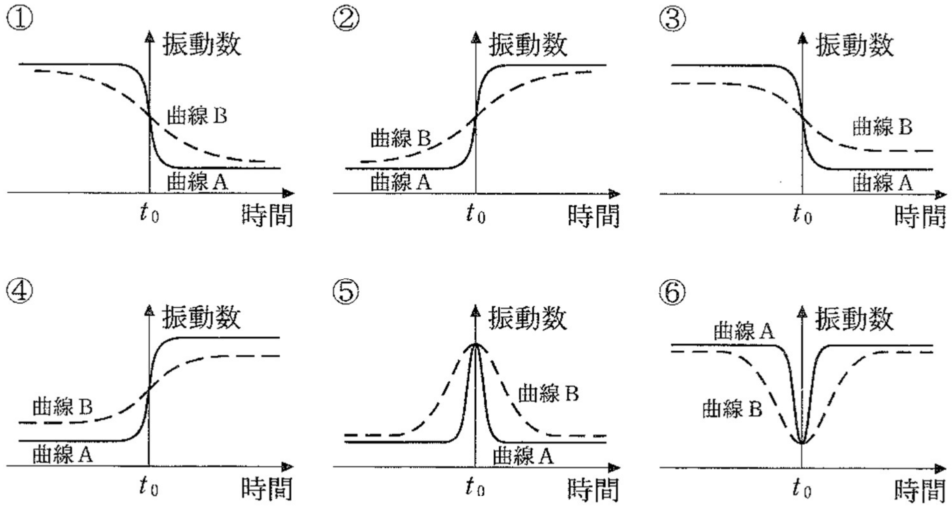
測定器が測定した音波の振動数は，$\boxed{\text{ク}}$ となる。



図(b)

問 3．問 2 において，振動数の時間変化を測定器で測定した。測定した振動数の時間変化を正しく表したグラフを，図(c)の①～⑥の中から一つ選べ。なお，各グラフ中の 2 曲線は，測定器の設置場所が直線 P から近い場合と遠い場合を表しており，横軸の点 t_0 は救急車が点 M で発した音波が測定器に到達した時刻である。

次に，測定器が直線 P から遠い場合の曲線は曲線 A(実線)，曲線 B(破線)のうちどちらであるかを記号で答えよ。



図(c)

問 4．実際の救急車は，「ピーポーピーポー・・・・」というように「ピーポー」音を一定の時間間隔 T_0 [s]で繰り返し発している。問 1 の図(a)のように救急車が測定器に近づくときに，測定器に到達する「ピーポー」音の時間間隔を T_1 [s]として，次の関係式の中で正しいものを記号で答えよ。

(A)　$T_1 > T_0$　　(B)　$T_1 < T_0$　　(C)　$T_1 = T_0$

（2010 年　九州大）

◆第８回　光の干渉◆

＜重要事項＞

■光の干渉と回折■

$\boxed{\text{解法}}$

STEP.1　光路差を考える。　STEP.2　位相を考える。　STEP.3　条件式に当てはめる。

・同位相のとき

$$\begin{cases} \text{強めあう条件} & \text{光路差} = m\lambda \\ \text{打ち消しあう条件} & \text{光路差} = (m+\frac{1}{2})\lambda \end{cases}$$

（$m = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots$　）

・逆位相のとき

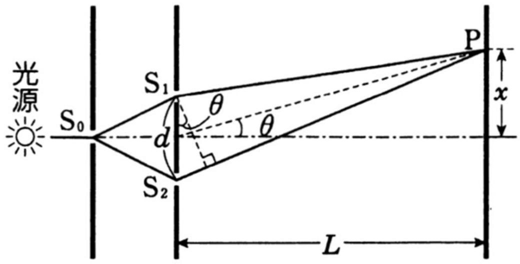
$$\begin{cases} \text{強めあう条件} & \text{光路差} = (m+\frac{1}{2})\lambda \\ \text{打ち消しあう条件} & \text{光路差} = m\lambda \end{cases}$$

（$m = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots$　）

○ヤングの実験

光路差 ＝ $d\sin\theta_{\mathrm{m}} \fallingdotseq \dfrac{dx_{\mathrm{m}}}{l}$

隣り合う明線どうしの間隔 $\dfrac{l\lambda}{d}$



〔具体例〕①明線となる条件を求めよ。

②干渉じまの間隔を求めよ。

③光源の色を変えたとき，m 番目の明線はどれだけずれるか。

……など

＜証明＞

①　d，x に対して l がきわめて大きい場合（$d \ll l$，$x \ll l$）を考えると，S_1P，S_2P は平行とみなせる。

このとき，$S_2P - S_1P = d\sin\theta$ であり，$\theta \ll 1$ のとき $\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta \fallingdotseq \theta$ より $d\sin\theta \fallingdotseq d\tan\theta$

ここで，$\tan\theta = \dfrac{x}{l}$ より $S_2P - S_1P \fallingdotseq \dfrac{dx}{l}$

よって条件は　強め合うとき $\dfrac{dx}{l} = m\lambda$　　弱めあうとき $\dfrac{dx}{l} = (m + \dfrac{1}{2})\lambda$

②　$l_1 = \sqrt{l^2 + (x - \frac{d}{2})^2} = l\sqrt{1 + \left(\dfrac{x-\frac{d}{2}}{l}\right)^2} = l\left\{1 + \left(\dfrac{x-\frac{d}{2}}{l}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$

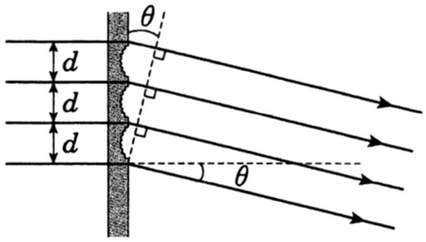
同様に $l_2 = l\left\{1 + \left(\dfrac{x+\frac{d}{2}}{l}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$

$x \ll 1$ のとき $(1+x)^n \fallingdotseq 1 + nx$ を用いて，$l_1 \fallingdotseq l\left\{1 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x-\frac{d}{2}}{l}\right)^2\right\}$，$l_2 \fallingdotseq l\left\{1 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x+\frac{d}{2}}{l}\right)^2\right\}$

よって $|l_2 - l_1| = \dfrac{dx}{l}$

○回折格子

ガラス板に 1cm 当たり数 100 本から数 1000 本の細い直線の溝を等間隔につけたもの。



格子定数 d : 各スリットの対応点間の距離

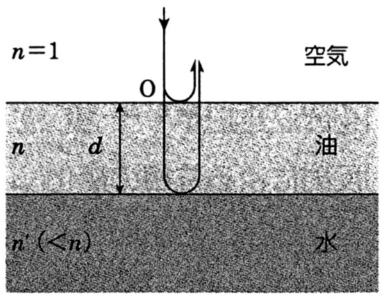
$$\boxed{\text{光路差} \ = \ d\sin\theta_{\mathrm{m}}}$$

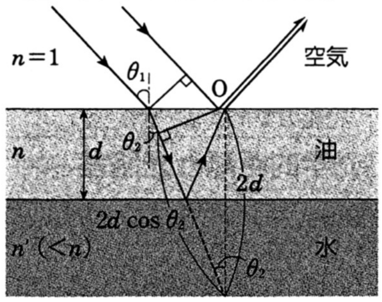
回折スペクトル : 白色光を当てた場合，同じ m についてもλの違いにより回折角θが異なるから，しだいに色の変わる光の帯，すなわちスペクトルが得られる。

○薄膜の干渉

$$\boxed{\text{光路差} \ = \ 2nd\cos\theta_2}$$

＜証明＞

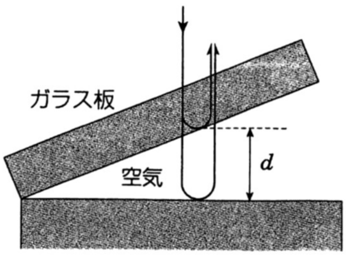




○くさび形空気層の干渉

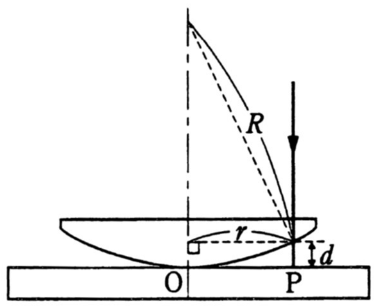
$$\boxed{\text{光路差} \ = \ 2d_{\mathrm{m}} = 2x_{\mathrm{m}}\tan\theta}$$

２枚のガラスのなす角をθとし，２枚のガラスの接点からの距離xの点での層の厚みをdとする（dはxに比べきわめて小さいとする）。



○ニュートンリング

$$\boxed{\text{光路差} \ = \ \frac{r_{\mathrm{m}}{}^2}{R}}$$



大きな半径の球面をもつ平凸レンズを平面ガラス板にのせて上から見ると，色のついた多くの同心円が見える。この円をニュートンリングという。

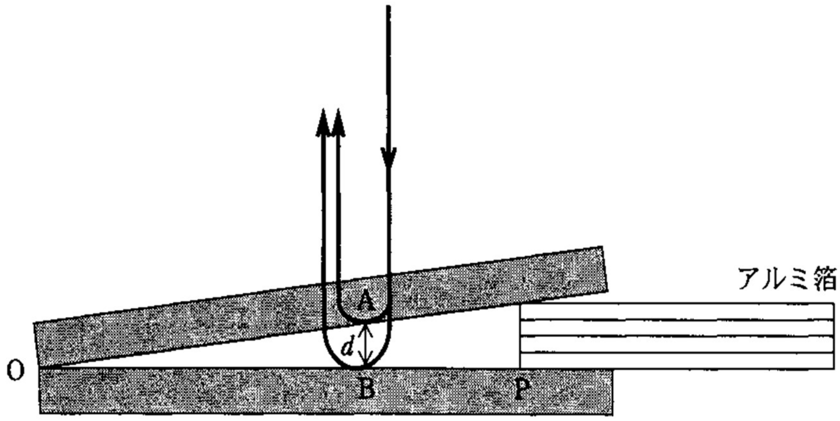
＜証明＞

r ：$(2R-d) = d$ ：r より $r^2 = d\,(2R-d\,) \fallingdotseq 2dR$（$d^2 \ll 1$）

よって $2d = \dfrac{r^2}{R}$

＜予習問題＞

【１】図のように，2 枚の透明なガラス板の一端を点Oの位置で重ね，他端近くの点Pにアルミ箔(はく)をはさみ，上方から波長λの単色光を当てた。ただし，空気の絶対屈折率を 1 とする。



問１　ガラス板の上方から見ると，上のガラス板の下面の点A での反射光と下のガラス板の上面の点Bでの反射光の干渉による明線が見られた。点A と点Bの距離dと波長λの関係式として正しいものを，次の①～④のうちから一つ選べ。ただし，$m = 0$，1，2，…とする。

① $d = \lambda(m+1)$　　② $d = \lambda\left(m+\dfrac{1}{2}\right)$

③ $d = \dfrac{\lambda}{2}(m+1)$　　④ $d = \dfrac{\lambda}{2}\left(m+\dfrac{1}{2}\right)$

問２　点Pにはさむアルミ箔の枚数をNとしたときの明線の間隔はDであった。はさむアルミ箔を 1 枚増やしたとき，明線の間隔はいくらになるか。正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。

① $\sqrt{\dfrac{N}{N+1}}D$　　② $\dfrac{N}{N+1}D$　　③ $\left(\dfrac{N}{N+1}\right)^2 D$

④ $\sqrt{\dfrac{N+1}{N}}D$　　⑤ $\dfrac{N+1}{N}D$　　⑥ $\left(\dfrac{N+1}{N}\right)^2 D$

問３　絶対屈折率 n の透明な液体でガラス板の間を満たす。このときOP間の明線の間隔についての記述として正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

ただし，n はガラスの絶対屈折率より小さく，1 より大きいものとする。

① 明線の間隔に変化はない。

② 液体中での光の波長は $n\lambda$ になるので，明線の間隔は増加する。

③ 液体中での光の波長は $n\lambda$ になるので，明線の間隔は減少する。

④ 液体中での光の波長は $\dfrac{\lambda}{n}$ になるので，明線の間隔は増加する。

⑤ 液体中での光の波長は $\dfrac{\lambda}{n}$ になるので，明線の間隔は減少する。

【２】図１のように屈折率 n_0 の平面ガラスでできた基板の上に，屈折率 n の透明な物質でできた薄膜を付着させてある。薄膜による光の干渉条件について考えよう。薄膜の表面に波長 λ□の光をあてて反射した光を観測する。このとき薄膜中での波長を λ'，空気の屈折率を 1 とし，また，$n > n_0 > 1$ とする。図に示した二つの光線 a，b のうち，a は面 A 上の点 P で屈折して薄膜中を進み，面 B 上の点 Q で反射して面 A 上の点 R で再び空気中に進む光路を表し，b は点 R でそのまま反射する光路を表している。図の破線 PT は入射光の波面を表し，SR は屈折光の波面を表す。

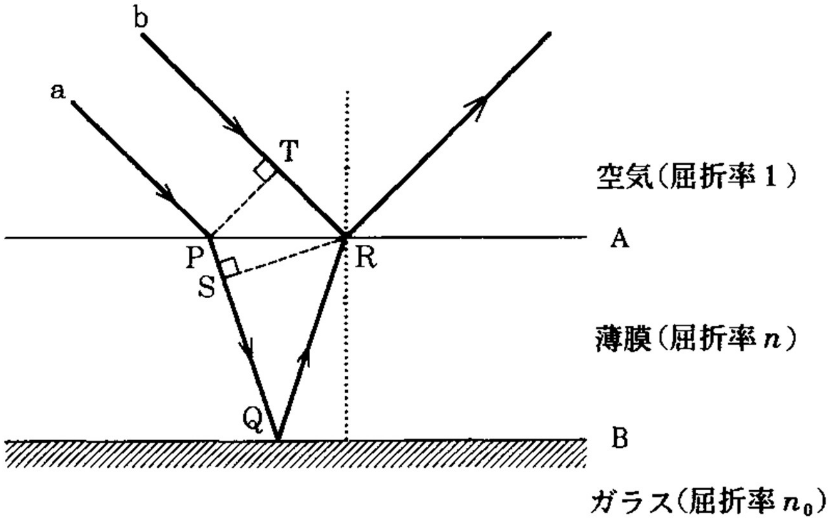


図　1

問１　図１に示した次の各線分の長さ $\overline{\mathrm{PS}}$，$\overline{\mathrm{TR}}$，$\overline{\mathrm{SR}}$，$\overline{\mathrm{PT}}$ と波長 λ，λ' との間の関係として正しいものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

①　$\dfrac{\overline{\mathrm{PS}}}{\lambda} = \dfrac{\overline{\mathrm{TR}}}{\lambda'}$　②　$\dfrac{\overline{\mathrm{PS}}}{\lambda'} = \dfrac{\overline{\mathrm{TR}}}{\lambda}$　③　$\dfrac{\overline{\mathrm{SR}}}{\lambda} = \dfrac{\overline{\mathrm{PT}}}{\lambda'}$　④　$\dfrac{\overline{\mathrm{SR}}}{\lambda'} = \dfrac{\overline{\mathrm{PT}}}{\lambda}$

問２　空気と薄膜の境界面 A での反射，および，薄膜とガラスの境界面 B での反射において，入射波と反射波の位相の間の関係として正しいものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

①　A においては位相は変わらず，B においては位相は π だけ変化する。

②　B においては位相は変わらず，A においては位相が π だけ変化する。

③　A においても B においても位相は変わらない。

④　A においても B においても位相が π だけ変化する。

問３　面Ａで反射した光と，薄膜を通って面Ｂで反射した光が点Ｒで強め合う条件として正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。ただし，$m=0$，1，2，…とする。

① $(\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}})-\overline{\mathrm{TR}}=m\lambda$

② $(\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}})-\overline{\mathrm{TR}}=(m+\frac{1}{2})\lambda$

③ $n(\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}})-\overline{\mathrm{TR}}=m\lambda$

④ $n(\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}})-\overline{\mathrm{TR}}=(m+\frac{1}{2})\lambda$

⑤ $\frac{1}{n}(\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}})-\overline{\mathrm{TR}}=m\lambda$

⑥ $\frac{1}{n}(\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}})-\overline{\mathrm{TR}}=(m+\frac{1}{2})\lambda$

＜演習問題＞

【１】図 1 は，光の干渉実験の装置を示している。スリット S_0 はスリット面Ⅰに，スリット S_1 と S_2 はスリット面Ⅱにあり，S_0 ，S_1 ，S_2 は紙面に垂直である。スリット面Ⅰからスリット面Ⅱまでの距離は l ，スリット面Ⅱからスクリーンまでの距離は L である。S_1 と S_2 の間隔は d で，S_1 と S_2 の垂直二等分線上に S_0 とスクリーン上の点 O がある。点 O から x だけ離れたスクリーン上の点を点 P とする。ここで，d および x は，l ，L に比べて十分に小さく，スリットの幅は d に比べて十分狭いとする。

この装置の左方からスリット S_0 に垂直に，波長 λ の平行光を入射させるとスクリーン上に明暗のしまができ，点 O の位置には明線ができた。次の各問いに答えよ。

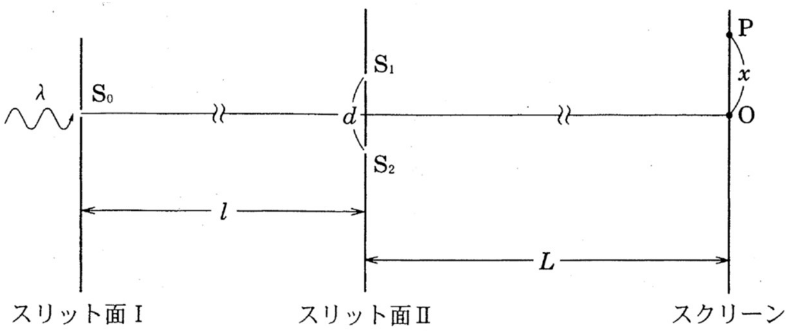


図 1

問 1　もし，点 O の明線の隣の明線が点 P にできているとすると，x はいくらか。

問 2　スリット S_1 ，S_2 から点 P に到着する光の位相差はいくらか。x を用いて表せ。

問 3　図 2 のように，図 1 の状態からスリット S_0 を $\dfrac{d}{2}$ だけ上方に移動したとき，図 1 で点 O にできていた明線は移動した。その移動距離はいくらか。

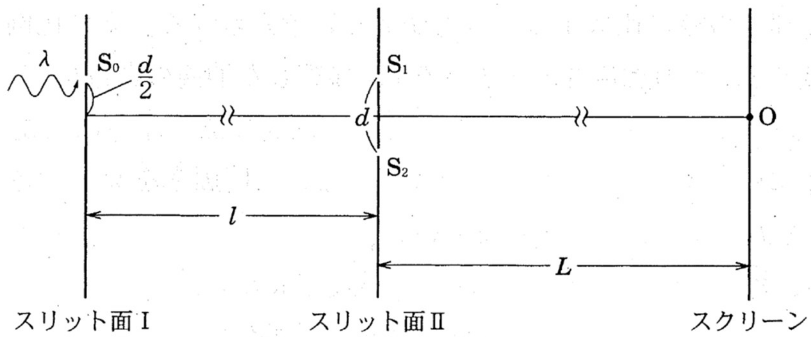


図 2

問 4　図 3 のように，図 1 の状態からスリット S_1 と S_2 を$\dfrac{d}{2}$だけ上方に移動したとき，図 1 で点 O にできていた明線は移動した。その移動距離はいくらか。

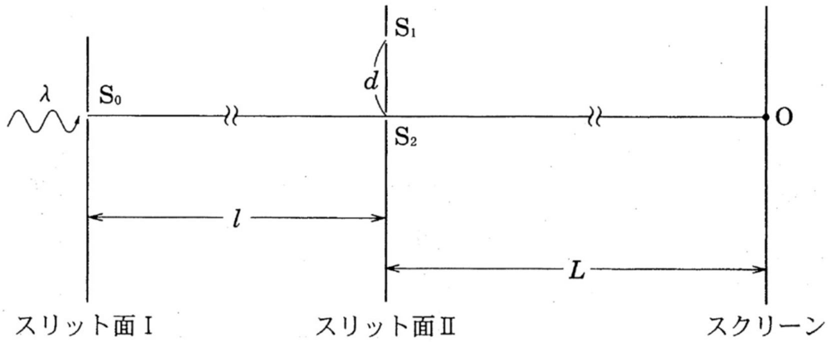
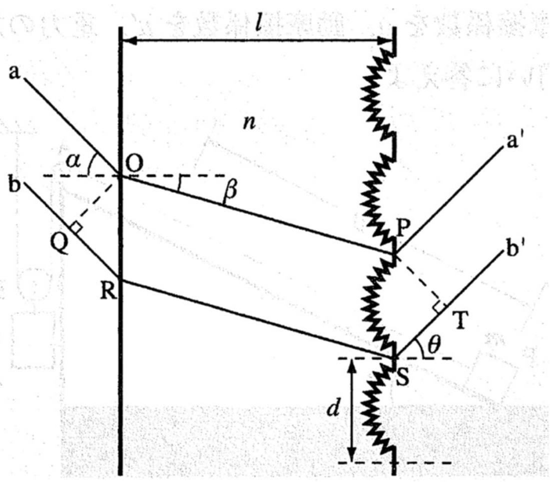


図 3

（2003 年　東京慈恵会医科大）

【２】図は屈折率 n の素材で作製した回折格子の断面を示している。図において，光が空気中に出る右側の表面はすじが間隔 d [m]でつけられている。すじの部分は不透明なため，すじがついていない透明な部分は，間隔 d [m]で並ぶ多数のスリットとして機能する。



いま，入射角 α [rad]で波長 λ [m]（空気中の波長）の光が回折格子に入射した場合を考える。光線 a，b は互いに平行であり，回折格子に入射後，屈折角 β [rad]で回折格子中を伝播し，それぞれ隣り合うスリットから回折をおこし空気中に出ていく。以下では，角 θ [rad]でスリットから出る光 a’，b’ を考える。格子定数 d [m]，回折格子の厚さを l [m]，空気の屈折率を 1 として，以下の問いに答えよ。

（１）$\sin\beta$ を $\sin\alpha$ ，n を用いて表せ。

（２）経路 OP の光学距離（光路長）を α，n ，l を用いて表せ。

（３）経路 QRST の光学距離を α，n ，l ，θ，d を用いて表せ。

（４）隣り合う平行光線 a’，b’ が干渉して強めあう条件を，次数 m を用いて表せ。ただし，$m = 0$，1，2，…とする。

（５）波長 λ_A と波長 λ_B を含む光が入射角 α で入射した。その結果，波長 λ_A の m_A 次の回折光（$m = m_A$）と，波長 λ_B の m_B 次の回折光（$m = m_B$）が重なりあった。λ_A と λ_B の比 $\dfrac{\lambda_A}{\lambda_B}$ を求めよ。ただし，0 次は除く。

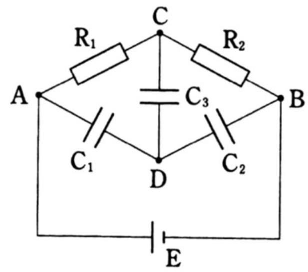
（2008 年　近畿大－医）

<NOTE>

◆第９回　コンデンサー◆

＜重要事項＞

＜必須典型問題＞



　図の回路において，E は内部抵抗が無視できる起電力 9.0V の電池，R_1，R_2 はそれぞれ 2.0kΩ，3.0 kΩ の抵抗，C_1，C_2，C_3 はそれぞれ 1.0μF，2.0μF，3.0μF のコンデンサーである。はじめ，各コンデンサーに電荷はなかったものとする。

(1)　R_1 を流れる電流はいくらか。

(2)　各コンデンサーの D 側の極板の電荷はいくらか。

【解答】(1)　1.8mA　(2)　C_1：－4.8μC，C_2：8.4μC，C_3：－3.6μC

<NOTE>

＜予習問題＞

【１】

次の文章を読み，以下の問い（問１～５）に答えよ。

図１のように，内部抵抗の無視できる起電力 V の電池，抵抗値 R の抵抗，電気容量 C のコンデンサー，およびスイッチを直列につないだ回路がある。

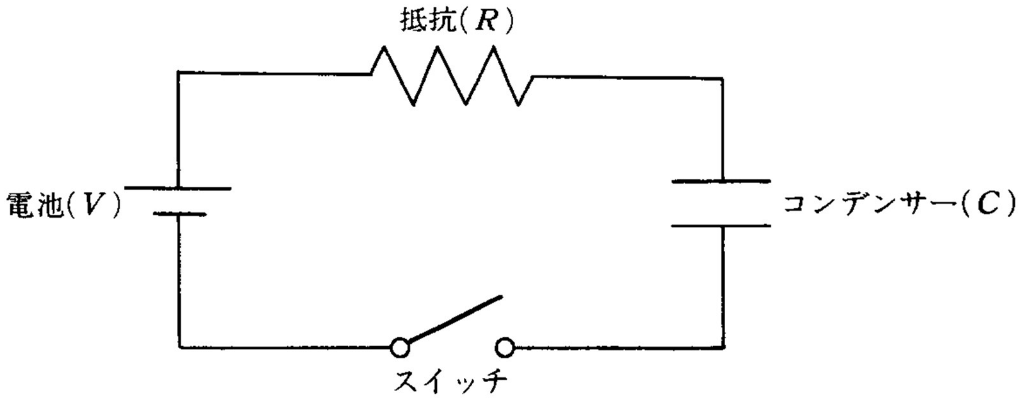


図　1

問１　スイッチを閉じた後しばらくすると電流が流れなくなった。このとき，コンデンサーに蓄えられた電気量はいくらか。正しいものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

①　$\dfrac{1}{2}CV$　　②　CV　　③　$\dfrac{1}{2}\dfrac{V}{R}$　　④　$\dfrac{V}{R}$

問２　問１で，電池のした仕事のうち，一部は抵抗で発生する熱エネルギーとなり，残りはコンデンサーに蓄えられる。スイッチを閉じる前にはコンデンサーに電荷はなかったとすると，スイッチを閉じてから電流が流れなくなるまでに抵抗で発生した熱量はいくらか。正しいものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

①　$\dfrac{1}{2}CV^2$　　②　CV^2　　③　$\dfrac{1}{2}\dfrac{V^2}{R}$　　④　$\dfrac{V^2}{R}$

問３　スイッチを開き，コンデンサーの電荷を再びゼロにした後，抵抗値がより大きな抵抗に取り替えてスイッチを閉じた。このときの様子を表す文として最も適当なものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

①　抵抗での電圧降下が大きくなり，充電時間が短くなった。

②　抵抗での電圧降下が大きくなり，蓄えられる電気量が増加した。

③　抵抗を電流が流れにくくなり，充電時間が長くなった。

④　抵抗を電流が流れにくくなり，蓄えられる電気量が減少した。

問４　コンデンサーを充電した後に，スイッチを開いて，平行板の間隔を２倍にした。このとき，コンデンサーにした仕事はいくらか。正しいものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

① $\frac{1}{2}CV^2$　　② CV^2　　③ $\frac{1}{2}\frac{V^2}{R}$　　④ $\frac{V^2}{R}$

問５　次に，スイッチを再び閉じた。この後の抵抗を流れる電流について正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① 電流は流れない。
② 電流は電池からコンデンサーへ流れ，しばらくすると流れなくなる。
③ 電流はコンデンサーから電池へ流れ，しばらくすると流れなくなる。
④ 電流は最初，電池からコンデンサーへ流れるが，しばらくすると逆に流れる。
⑤ 電流は最初，コンデンサーから電池へ流れるが，しばらくすると逆に流れる。

【２】図１のように，２枚の広い極板Ａ，Ｂを向かい合わせた平行板コンデンサーがある。中央には電荷をもたない金属板Ｃが極板Ａ，Ｂに平行に置かれている。
極板Ａ，Ｂ，金属板Ｃの面積はともにS，金属板の厚さはd，極板Ａ，Ｂの間隔は$5d$である。極板Ａ，Ｂに垂直にx軸をとり，極板Ａの位置を座標の原点とする。
ここで，極板Ａを接地し，極板ＢにQの正電荷を与えた。

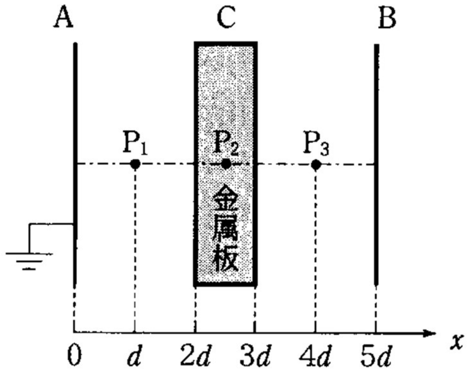


図１

問１　図１のように，極板Ａ，Ｂの中心を結ぶ直線上に点 P_1，P_2，P_3 をとる。それぞれの座標は $x = d$，$\frac{5d}{2}$，$4d$ である。これら３点での電界(電場)の成分 E_1，E_2，E_3 はそれぞれいくらか。組合せとして正しいものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。ただし，電界の x 成分の符号は図３の右向きが正であり，$E_0 = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$，$\varepsilon_0$ を真空の誘電率とする。

	①	②	③	④	⑤
E_1	E_0	$-E_0$	0	E_0	$-E_0$
E_2	0	0	E_0	$-E_0$	E_0
E_3	E_0	$-E_0$	0	E_0	E_0

問２　極板Ｂの電位 V_B は問１の E_0 を用いて表すとどのようになるか。正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。

①　$-E_0d$　　②　$-4E_0d$　　③　$-5E_0d$　　④　E_0d
⑤　$4E_0d$　　⑥　$5E_0d$

問３　次に図２のように，金属板を x 軸正方向に距離 d だけ平行移動した。このとき，極板Ａ，Ｂ の中心を結ぶ直線上の点の x 座標とその点での電位の関係を表すグラフはどのようになるか。正しいものを，以下の①～⑤のうちから一つ選べ。

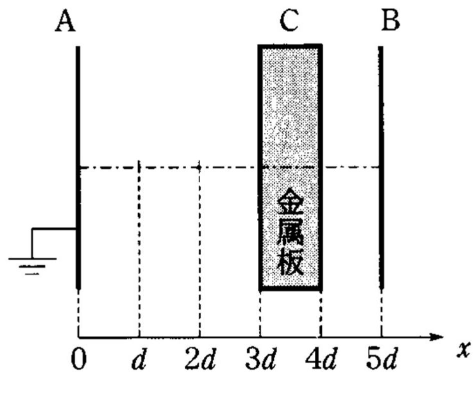
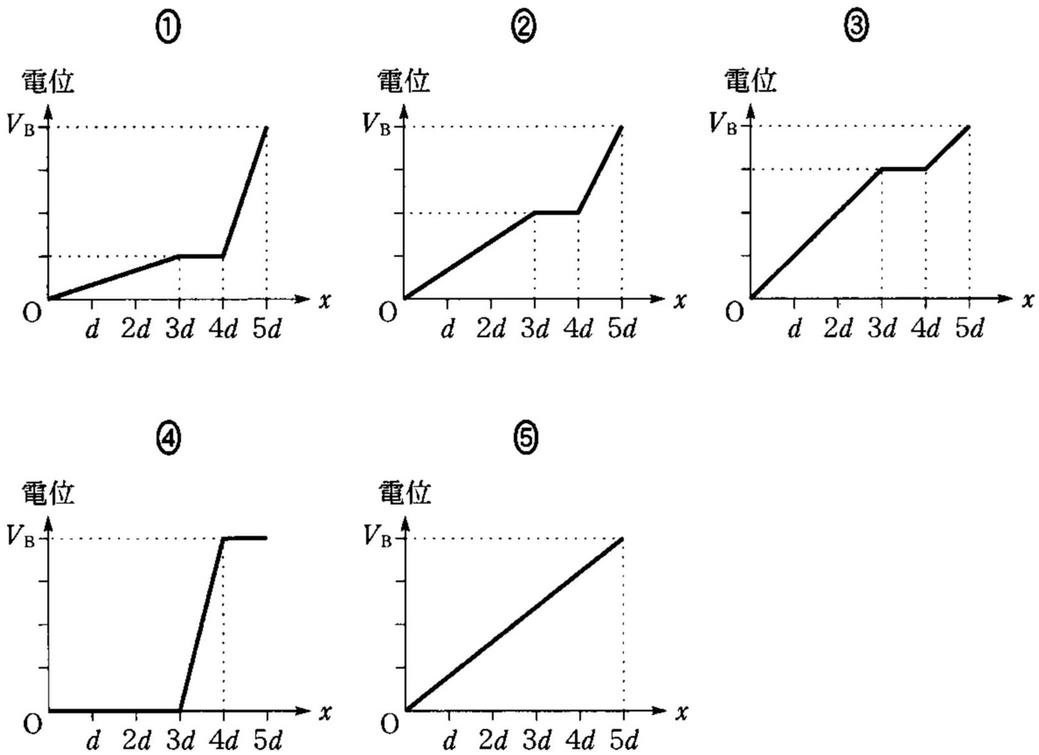
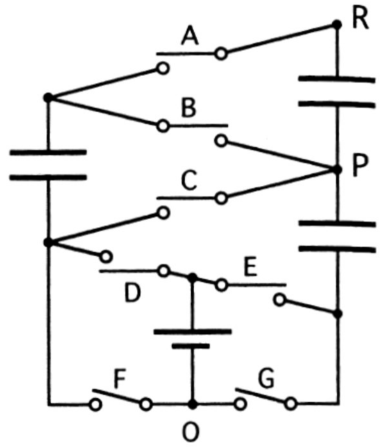


図 2



＜演習問題＞

【１】次の文章を読んで，（１）～（４）に答えなさい。



超電力Vの電池，容量が等しいコンデンサー3 個及びスイッチAからGを抵抗の小さな導線で図のように配線する。最初はすべてのスイッチが開いていて，コンデンサーは電荷を蓄えていないものとする。図中の点Oの電位をゼロとする。

文中に与えられた記号の他に問題の解決に必要な物理量があれば，それを表す記号はすべて各自が定義し，解答欄に明示せよ。

（１）スイッチA，C，D，Gを閉じる。じゅうぶん時間がたった後の点Pおよび点Rの電位を求めよ。

（２）次に，スイッチをいったんすべて開いてからスイッチB，E，Fを閉じる。じゅうぶん時間が経ったあとの点Pおよび点Rの電位を求めよ。その導出過程も書け。

（３）（２）において，スイッチを閉じてからじゅうぶん時間が経つまでに回路全体から発生するジュール熱を求めよ。その導出過程も書け。

（４）次に，スイッチをいったんすべて開いてからスイッチA，C，D，Gを閉じる。じゅうぶん時間がたった後の点Pおよび点Rの電位を求めよ。その導出過程も書け。

（2001 年　神戸大）

<NOTE>

【２】解答に必要な計算および答えは解答用紙の指定されたところに書け。

コンデンサーA，B，C，抵抗 R_1 (R_1 [Ω]), R_2 (R_2 [Ω])，電池 E(V [V])およびスイッチ S からなる図 1 の回路がある。コンデンサー A，B，C の極板は，一辺の長さが l [m]の正方形である。各コンデンサーの極板間の距離 d_A [m]， d_B [m]， d_C [m]は $d_A = 2d_B = 3d_C$ である。また，極板内は真空である。最初，スイッチ S は開いており，コンデンサーには電荷が蓄えられていなかった。真空の誘電率を ε_0 として，解答には単位を付けて次の問いに答えよ。

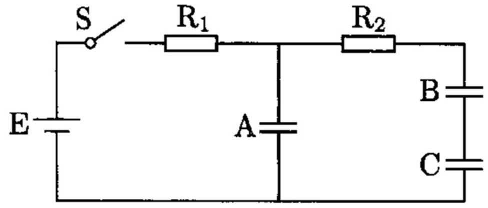


図 1

（１）スイッチ S を閉じた直後，抵抗 R_1， R_2 にそれぞれ流れる電流 I_1， I_2 はいくらか。

（２）コンデンサーA の電気容量 C_A を ε_0， l， d_A を用いて表せ。

（３）スイッチ S を閉じて充分時間が経過した後，抵抗を流れる電流はゼロとなった。そのとき，それぞれのコンデンサーA，B，C に蓄えられた電気量 Q_A， Q_B， Q_C を C_A， V を用いて表せ。

（４）（３）でコンデンサーA，B，C が持つ静電エネルギー U を C_A， V を用いて表せ。

（５）この充電過程で電池がした仕事 W を C_A， V を用いて表せ。

コンデンサーの容量を変化させる方法として，図 2 に示すように極板間の距離を変化させる方法以外に，極板をずらしたり，また，極板間に誘電体を挿入する方法がある。

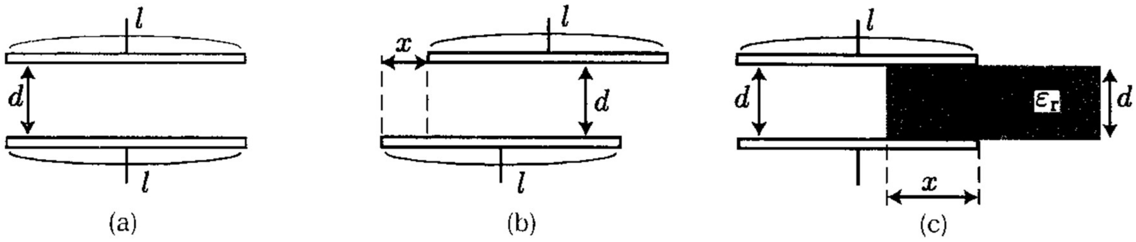


図 2

（６）図 2(b)のように極板間距離(d [m])を一定のまま，極板の一辺に平行な方向に片側の極板を x [m]だけずらした時の電気容量を C' とする。図 2(a)の極板をずらす前の状態，すなわち，二つの極板が完全に重なっている時の電気容量を C とする。 C' を C， x， l を用いて表せ。ただし，電場は二つの極板の重なった部分にのみ一様に生じているとする。

（７）図 2(c)のように，比誘電率が ε_r で厚さ d の誘電体が x [m]だけ極板間に挿入された場合の電気容量を C'' とする。誘電体挿入前の図 2(a)の電気容量を C とする。 C'' を C， x， l， ε_r を用いて表せ。

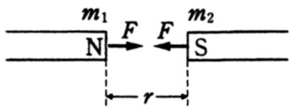
（2010 年　近畿大－医）

<NOTE>

◆第 10 回　電気･荷電粒子◆

＜重要事項＞

【電流と磁場】



■磁気力■

○磁気力に関するクーロンの法則

　2 つの磁極の間にはたらく磁気力の大きさ F は，磁気量を m_1，m_2[Wb]，

磁極間の距離を r とすると $F = k_m \dfrac{m_1 m_2}{r^2}$ （k_m は比例定数，真空中では k_m = 6.33×10^4N・m/Wb^2）

※ $k_m = \dfrac{1}{4\pi\mu}$ （μ：透磁率，真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [N/A^2]）

■磁場■

磁気量 m[Wb]の磁極が磁場 $\vec{H}$[N/Wb]から受ける力：$\vec{F} = m\vec{H}$

■磁束密度■

磁束密度 $\vec{B}$ [Wb/m^2](=[N/A・m]=[T])と磁場の強さ $\vec{H}$[N/Wb](=[A/m])との関係 $\boxed{\vec{B} = \mu\vec{H}}$

■磁束■

　面積 S [m^2]の平面上の磁束密度の大きさが B [Wb/m^2]であるとき，この面を貫く

磁束 $\boxed{\Phi = BS}$ [Wb]

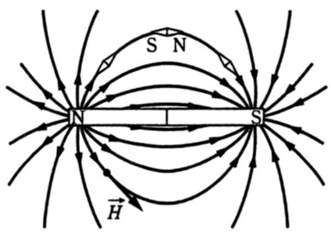
■磁力線・磁束線■

磁場内に引いた曲線で，その接線が磁場ベクトル $\vec{H}$ の方向を表す。

磁力線：磁場の強さ H [N/Wb]のところでは，磁場に垂直な面に 1m^2 当たり H 本の割合で引く。

磁場が強い⇔磁力線は密集

磁場が弱い⇔磁力線はまばら



＜磁力線の性質＞

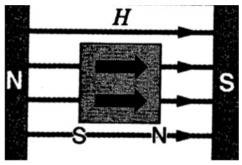
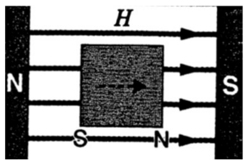
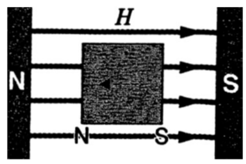
電気力線の性質と同じである。

磁束線：磁場の強さ B [Wb/m^2]のところでは，磁場に垂直な面に 1m^2 当たり B 本の割合で引く。

○地球の磁場（地磁気）

地球は北部に S 極，南部に N 極をもつ 1 つの大きな磁石であると考える。

■磁化■

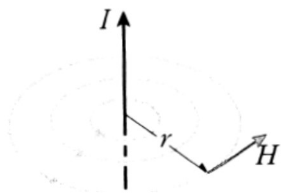
種類	強磁性体	常磁性体	反磁性体
磁化のされ方	 磁場の向きに強く磁化される	 磁場の向きに弱く磁化される	 磁場と逆向きに弱く磁化される
例	鉄，コバルト， ニッケルなど	アルミニウム，空気 など	銅，水，水素など

■電流のつくる磁場■

場の向き：右ねじの法則で考えること。

○直線電流がつくる磁場

直線電流 I から距離 r の点の磁場の強さ H は

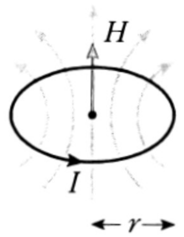


$$\boxed{H = \frac{I}{2\pi r}}$$

○円形電流がつくる磁場

半径 r で N 巻きの円形電流 I の，円の中心の磁場の強さ H は

$$\boxed{H = \frac{NI}{2r}}$$

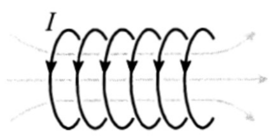


○ソレノイドの電流がつくる磁場

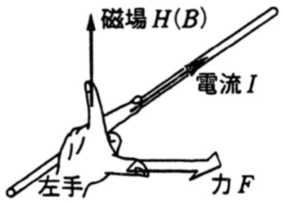
1m 当たりの巻き数を n とすると

$$\boxed{H = nI}$$

※ソレノイド：円筒形で筒の長さが半径に比べて十分長い場合のこと。



■電流が磁場から受ける力■

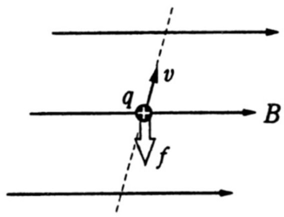


○直線電流が受ける力（電磁力）

(ⅰ)向き：フレミングの左手の法則を用いる。

(ⅱ)大きさ：$\boxed{F = IBl}$

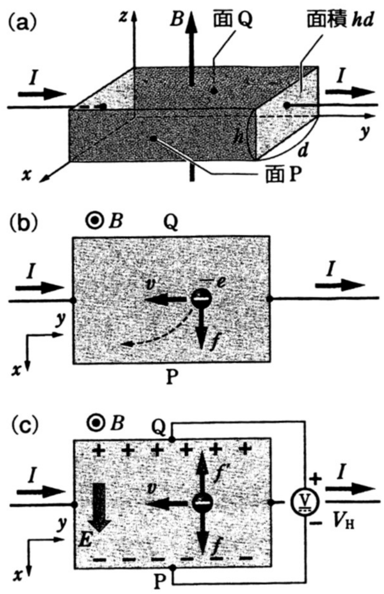
○ローレンツ力



(ⅰ)向き：正電荷の運動の向きを電流の向きとして，
　　　　フレミングの左手の法則を用いる。

(ⅱ)大きさ：$\boxed{f = qvB}$

○ホール効果



図(a)のように，y 軸の正の向きに電流 I [A]が流れている薄い物体に，z 軸の正の向きの磁場（磁束密度 B [Wb/m^2]）を加えると，x 軸方向に電位差が生じる。

これは，電流をになう荷電粒子（キャリアという）にローレンツ力がはたらき（図(b)），運動の方向が曲げられ，キャリアが電流と磁場とに垂直な方向に集められるからである。この現象をホール効果という。

幅 d [m]，厚さ h [m]の薄片を考える。

速さ v [m/s]で y 軸の負の向きに動いている電子（電気量$-e$ [C]）は，x 軸の正の向きにローレンツ力 evB を受け面 P に集まる。

これは，磁場を加えると瞬時に起こる。これより，面 P は負に，面 Q は正に帯電し，導体中に x 軸の正の向きの電場 E [V/m]ができる。ローレンツ力 evB と電子が電場から受ける力 eE とがつりあうと，電子はまっすぐ進むようになる。つまり，$E = vB$

よって PQ 間の電位差（ホール電圧）は，$V_{\mathrm{H}} = Ed = vBd$

さらに，$I = envS$ より，$v = \dfrac{I}{enhd}$ であるから，$V_{\mathrm{H}} = vBd = \dfrac{IB}{enh}$

<＜予習問題＞

【１】起電力が 6.0V の電池 E と抵抗値 60Ω の抵抗 R_1 と電球 A，電球 B，スイッチ S を図１のように導線でつないだ回路がある。ここで，電球 A および B は，図２に示されるような電流－電圧特性(電球にかけた電圧と流れる電流との関係)をそれぞれ持っている。スイッチ S を閉じたとき，以下の問いに答えよ。

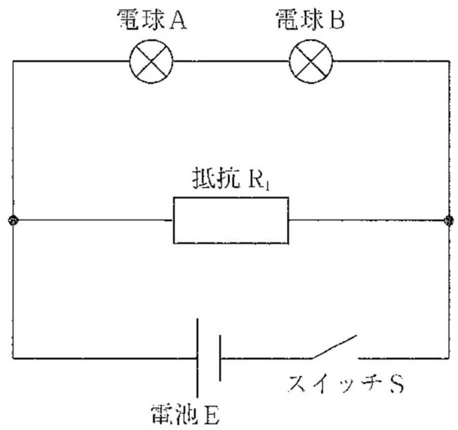


図 1

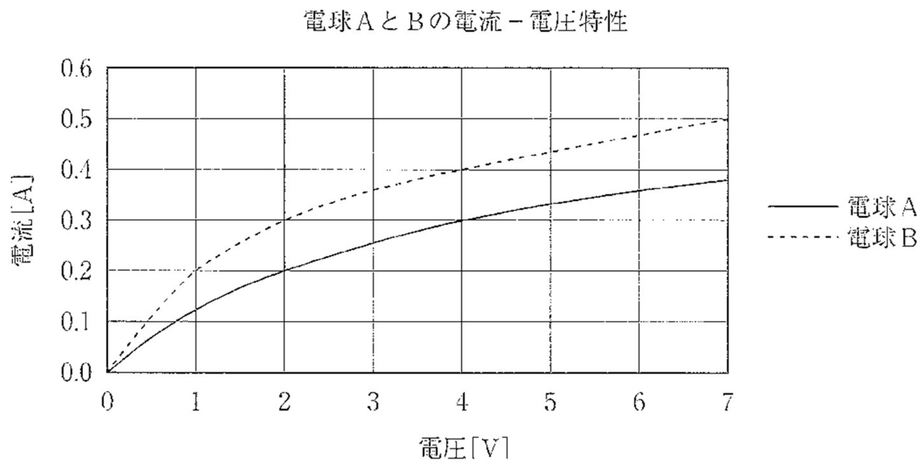


図 2

問１　このとき電球 A を流れる電流[A]はいくらか。

① 0.00　② 0.13　③ 0.20　④ 0.26
⑤ 0.30　⑥ 0.33　⑦ 0.36　⑧ 0.38

問２　電球 A にかかる電圧[V]はいくらか。

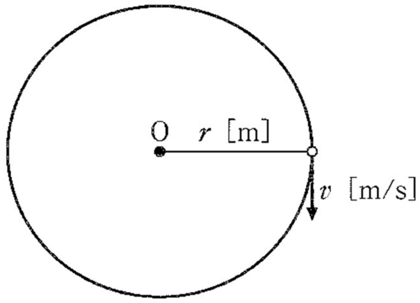
① 0.00　② 0.47　③ 0.70　④ 1.0
⑤ 2.0　⑥ 3.0　⑦ 4.0　⑧ 5.0
⑨ 6.0

問３　電球 B にかかる電圧[V]はいくらか。

⑤ 0.00　② 0.47　③ 0.70　④ 1.0
⑤ 2.0　⑥ 3.0　⑦ 4.0　⑧ 5.0　⑨ 6.0

【２】次の文を読み，問い（問１～５）の答として最も適当なものを答えよ。

図のように，紙面に垂直で磁束密度 B[T]の一様な磁場の中に，荷電粒子が矢印の向きに v[m/s]の速さで，中心を O とする半径 r[m]の等速円運動をしている。ただし，荷電粒子の質量を m[kg]，電荷を q[C](q は正)とする。



図

問１　等速円運動をしている荷電粒子の加速度の方向はどちら向きか。

① 荷電粒子の速度と同じ方向　② 荷電粒子の速度と反対の方向
③ 紙面の裏から表の方向　④ 紙面の表から裏の方向
⑤ 円の中心 O に向かう方向
⑥ 円の中心 O に向かう方向とは逆の方向

問２　磁場の方向はどちら向きか。

① 紙面の裏から表の方向　② 紙面の表から裏の方向

問３　荷電粒子が磁場から受ける力の大きさ[N]はいくらか。

① $mrvB$　② mr^2vB　③ mrv^2B^2　④ qvB
⑤ q^2vB　⑥ qvB^2

問４　荷電粒子の運動方程式を表す式はどれか。

① $m\dfrac{v^2}{r} = qvB$　② $mrv^2 = qvB$

③ $mrv = q^2vB$　④ $m\dfrac{v^2}{r} = mrvB$

⑤ $mrv^2 = mr^2vB$　⑥ $mrv = qvB^2$

問５　荷電粒子が円軌道を一周する時間[s]はいくらか。

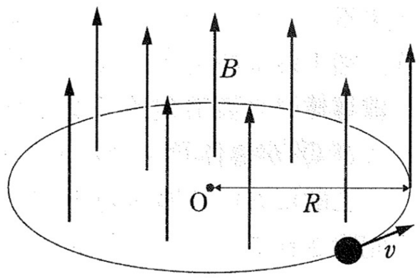
① $\dfrac{2\pi qB}{m}$　② $\dfrac{2\pi m}{qB}$　③ $\dfrac{2\pi Bv}{mr}$　④ $\dfrac{2\pi mr}{Bv}$

⑤ $\dfrac{2\pi B^2}{qr^2}$　⑥ $\dfrac{2\pi qr^2}{B^2}$

＜演習問題＞

【１】電子加速器ベータトロンについて考えてみよう。
以下の問いに計算過程も含めて答えよ。

まず，図のように電荷$-e$（$e>0$），質量mの電子が，一様な磁束密度Bの磁場（磁界）の中を，速さvで，原点Oを中心とする半径Rの等速円運動をしている場合を考える。ただし，磁場は円を含む平面に垂直であるものとする。



（１）電子の運動量Pの大きさをe，RおよびBを用いて表せ。

たとえ電子が描く円の内部で磁束密度が一様でなくても，磁場が時間的に変化しない場合には，円周上で磁束密度がBである限り，電子は同じ等速円運動をする。

さて，時間Δtの間に，円内部の磁束密度の平均値$\overline{B}$が$\Delta\overline{B}$増加した場合を考えてみよう。ただし，円の内部の磁場の強さは時間と円の中心軸からの距離だけに依存するものとする。このとき電子には，半径Rの円周上の接線方向に力がはたらく。

（２）(a)　電子が円周上の接線方向に力を受ける原因を20字程度で記述せよ。

(b)　その力の大きさを求めよ。

（３）時間Δtの間に増加した運動量ΔPの大きさを求めよ。

円内部の磁場の増加に加え，電子の軌道上の磁束密度も適当な大きさΔBだけ増加させることにより，同じ半径Rの円運動を維持させることができる。

（４）半径Rの円運動を維持するために必要な円周上の磁束密度の増加ΔBと，円内部の平均磁束密度の増加$\Delta\overline{B}$の間の関係式を求めよ。

（５）円の半径$R=40$cmのベータトロンにおいて，$\Delta t=1.0\times10^{-3}$秒の間に平均磁束密度が$\Delta\overline{B}=1.0\times10^{-3}$T だけ増加したときの電子の速さの増加を求めよ。

ただし，電子については，$e=1.6\times10^{-19}$C，$m=9.1\times10^{-31}$ kg である。

（2004年　千葉大）

<NOTE>

【２】真空中における電子の運動を考える。電子の質量をm，電荷を$-e(e>0)$とする。重力の影響は無視できるものとする。

〔Ｉ〕電子源から電子を発生させた。この電子を，電位差$V(V>0)$で加速した。ただし，電子の初速度は無視できるものとする。

問1　加速後の電子の速さを求めよ。

〔Ⅱ〕図1および図2のように，一様な磁束密度Bの磁場(磁界)が$y>0$の領域にある。磁場の向きは，紙面裏から表向きである。磁場に対して垂直なxy平面内で，速さvの電子を原点Oから磁場中に入射したところ，大きさevBのローレンツ力を受けて運動した。電子を磁場中に入射したときの時刻を0とする。

問2　図1のように，速さvの電子をx軸に対して垂直に入射したところ，円運動をはじめたが，半円を描いたところで，磁場のある領域から外に飛び出した。電子が磁場のある領域から飛び出すときの時刻とx座標を求めよ。

問3　次に，図2のように，速さvの電子をx軸に対して角度Φ[rad]$(0<\Phi<2)$で入射した。磁場中と，磁場のある領域から飛び出した後の電子の軌跡を図示せよ。また，磁場のある領域から外に飛び出すときの時刻とx座標も求めよ。

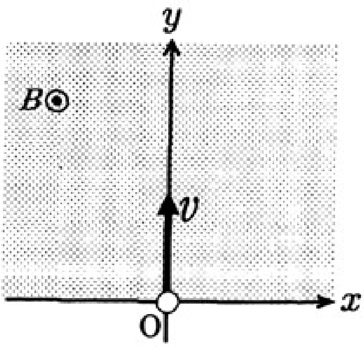


図　1

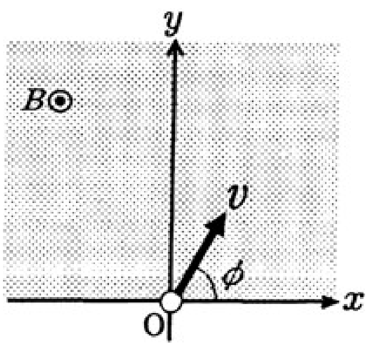
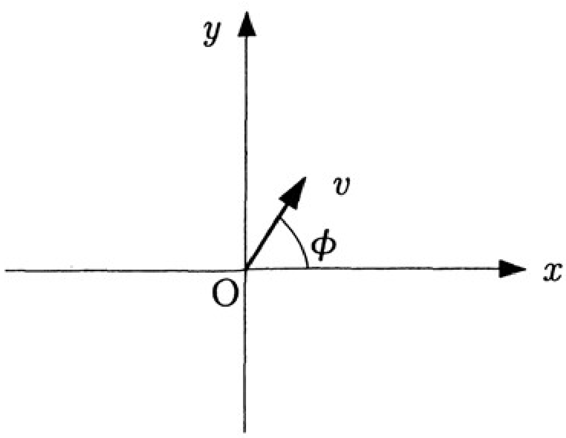


図　2

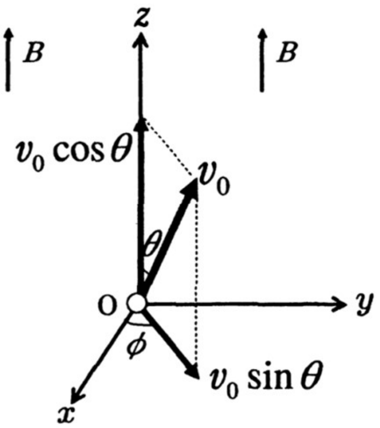
〔解答欄〕



〔Ⅲ〕一様な磁束密度Bの磁場が全空間にある。磁場の向きはz軸の正の向きである。

問4　電子を原点Oから磁場の向きに入射した。電子はどのような運動をするか。理由とともに述べよ。

次に，図3のように，速さv_0の電子を磁場の向きと角度θ[rad]$(0 < \theta < 2)$で原点Oから入射した。なお，電子の原点における速度ベクトルのxy平面成分は，図3のようにx軸の正の向きと角度Φ[rad]$(0 \leqq \Phi < 2\pi)$をなしている。すると，電子はらせん運動をした。つまり，電子は，z軸の方向からみたときは等速円運動，z軸方向には等速度運動をした。



問5　この電子の等速円運動の半径と周期を求めよ。

問6　電子がこの等速円運動により一周する間に，z軸方向に進む距離Lを求めよ。

問7　z軸上の$z = 3L$の位置に，大きさの無視できる電子検出器を置いた。入射角度は変えずに，入射する電子の速さを，はじめの速さv_0から連続的に大きくしていった。すると，電子は，速さv_0のときに検出されていたが，より大きくなると検出されなくなり，ある速さで再び検出された。この時の電子の速さは，はじめの速さの何倍であるかを求めよ。

〔Ⅳ〕Ⅲと同じ磁場中に，z軸を中心軸とし，z軸方向に十分長くのびた半径Rの円筒を置いた。この円筒に電子が接触すると，電子は吸収される。また，円筒は磁場の大きさや向きに影響を与えないものとする。速さvの電子を磁場の向きと角度θ[rad]で原点Oから入射した。

問8　角度$\theta\left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$で入射した電子が，円筒の壁に吸収されないための電子の速さvの条件を求めよ。

問9　円筒の半径$R = \dfrac{4\sqrt{2}mv}{3eB}$とする。$z$軸上の$z = \pi R$位置に，大きさの無視できる電子検出器を置き，速さ$v$の電子を入射した。入射角度$\theta = 0$のとき電子は検出されていた。しかし$\theta$が0より大きくなると電子は検出されなくなり，ある角度で再び検出された。さらに，θを大きくすると電子は検出されなくなった。このように，入射角度θを0から大きくするにつれて電子は検出されたり，検出されなかったりを繰り返す。電子が検出されたときの$\cos\theta$をすべて求めよ。

（2008 年　大阪大）

◆第 11 回　電磁誘導◆

＜重要事項＞

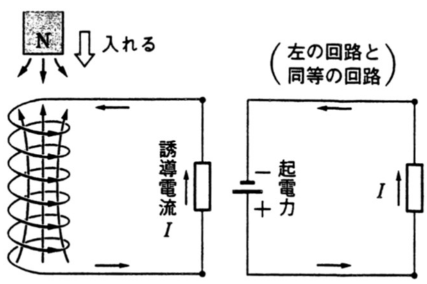
■電磁誘導の法則■

　コイルを貫く磁束が変化すると，コイルに誘導起電力が生じる。回路が閉じていると，この起電力によって電流が流れる場合，この電流を誘導電流という。

○レンツの法則

　誘導起電力は，それによって流れる誘導電流のつくる磁束が，外から加えられた磁束の変化を打ち消すような向きに生じる。

○ファラデーの電磁誘導の法則

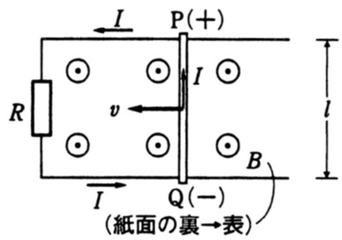


　N 巻きコイルを通る磁束 Φ [Wb]が時間 t [s]の関数として変化するとき，そのコイルに生じる

誘導起電力 V [V]は $\boxed{V = -N\dfrac{d\Phi}{dt}}$

※負号は，起電力の向きが磁束の時間変化と逆向きであることを示している。

○磁場を横切る導線と誘導起電力



　一様な磁場（磁束密度 B ）の中で導線（磁場内の長さ l ）を速さ v で磁場に垂直に動かすとき，生じる誘導起電力の大きさ $\boxed{V = vBl}$

○渦電流

中心軸まわりに回転できる金属円板の上で棒磁石を軸を中心にまわすことを考える。

棒磁石の N 極が近づくと，下向きの磁束が増すから，これを妨げるように上向きの磁束をつくるような渦上の誘導電流が流れる。逆に，遠ざかる点では，下向きの磁束が減少するため，下向きの磁束をつくるように逆回りの誘導電流が流れる。これらの誘導電流を渦電流という。

渦電流がつくる磁束を磁石とみなすと，それぞれからは斥力，引力を受けるため，これらの力はいずれも磁石の移動の向きと同じ向きであるから，円板は磁石に引きずられるように同じ向きに回転を始める。一方，磁石を固定し，金属円板を回転させる場合は，円板の回転を止めるような渦電流が生じるため，円板にブレーキがかかるようになる。この原理は，大型のトラックやバスで渦電流ブレーキとして補助ブレーキ装置に利用されている。

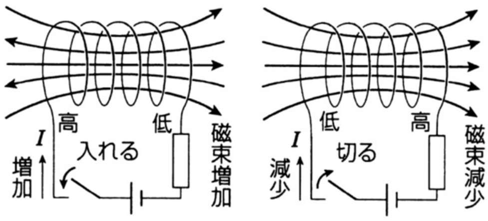
　電磁調理器や IH 炊飯器は，渦電流によって発生するジュール熱を利用して加熱する装置である。

■インダクタンス■

○自己誘導：コイルに流れる電流を変化させると，コイルを貫く磁束が変化するので，
そのコイル自身に，磁束の変化を打ち消す向きに誘導起電力が生じる。

コイル内の磁束Φ[Wb]はコイルを流れる電流I[A]に比例するから，
自己誘導起電力V_L[V]は，比例定数をL[H]として，

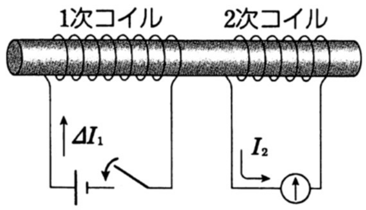
$$\boxed{V_L = -L\frac{dI}{dt}}$$ （L：自己インダクタンス）



コイルに蓄えられるエネルギーW[J]は，
自己誘導起電力で消費される電力量に
対応するので，

$$W = \int_0^r i\cdot(-V_L)dt = \int_0^r Li\frac{di}{dt}dt = L\int_0^I idi = \boxed{\frac{1}{2}LI^2}$$ [J]

○相互誘導：1 次コイルによる磁界は 1 次コイルを流れる
電流I_1[A]に比例する。そしてこの磁力線が
2 次コイルを通るので，2 次コイル内の
磁束Φ[Wb]もI_1に比例する。よって
2 次コイルで生ずる相互誘導起電力V_M[V]は，
比例定数をM[H]として



$$\boxed{V_M = -M\frac{dI_1}{dt}}$$ （M：相互インダクタンス）

○変圧器：相互誘導を利用した例として変圧器がある。1 次側と 2 次側の電圧と電流と
巻き数との間には，一般に次のような関係がある。

$$\boxed{V_1 : V_2 = N_1 : N_2 \qquad I_1V_1 = I_2V_2}$$

○送電

都市から離れた発電所で起こした電気を，遠い消費地に送ることを送電という。
電力$P=IV$[W]を輸送する場合，電圧V[V]を高くすると，電流I[A]は小さくなるので，送電線で熱となって失われる電力RI^2[W]を小さくすることができる。

通常発電所では，交流発電機を用いて交流をつくり，変圧器によって高電圧として消費地に送電し，消費地では再度変圧器によって低電圧に変えて消費者に配電する。直流では変圧器が使えず，また直流発電機はその構造上，高電圧の発電ができないので，電力輸送が経済的に不利である。

＜予習問題＞

【１】図 1 のように，一様で鉛直上向きの磁束密度 B の磁界中に，電気抵抗が無視できる 4 本の金属棒 a，b，c，d で構成された長方形の回路が水平におかれている。各金属棒の各接点をそれぞれ E，F，G，H とする。金属棒 c には電気抵抗が R の抵抗と起電力が V の電池が接続されている。また，各金属棒間の距離はそれぞれ， $\mathrm{EF} = \mathrm{GH} = r$ ， $\mathrm{FG} = \mathrm{EH} = l$ である。次の問いの答えとして正しい式，あるいは正しい事項をそれぞれの解答群の中から 1 つずつ選べ。

図 1

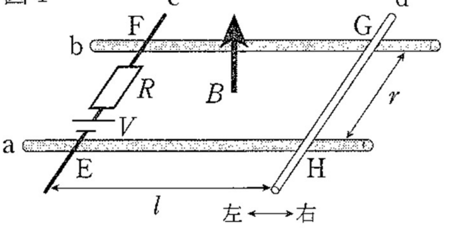
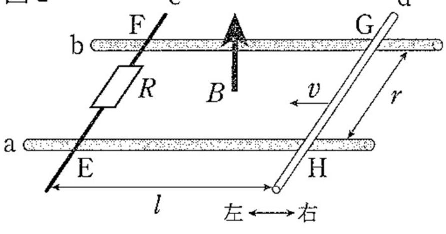


図 2



問１　図 1 において，回路に流れる電流はいくらか。最も適当なものを，下の①～⑩のうちから一つ選べ。ただし，すべての金属棒は固定されているとする。

① $\frac{1}{2}\frac{R}{V}$　② $\frac{1}{2}\frac{V}{R}$　③ $\frac{1}{2}RV$　④ $\frac{1}{2}R^2V$

⑤ $\frac{1}{2}RV^2$　⑥ $\frac{R}{V}$　⑦ $\frac{V}{R}$　⑧ RV

⑨ $\frac{R^2}{V}$　⑩ $\frac{R}{V^2}$

問２　問１で，回路で消費される電力はいくらか。最も適当なものを，下の①～⑩のうちから一つ選べ。

① $\frac{1}{2}\frac{V^2}{R}$　② $\frac{1}{2}\frac{V}{R^2}$　③ $\frac{1}{2}\frac{V^2}{R^2}$　④ $\frac{1}{2}R^2V$

⑤ $\frac{1}{2}RV^2$　⑥ $\frac{V^2}{R}$　⑦ $\frac{V}{R^2}$　⑧ $\frac{V^2}{R^2}$

⑨ R^2V　⑩ RV^2

問３　問１で，金属棒 d にはたらく力の向きと大きさはいくらか。ただし，重力の影響はないものとする。

① 左向きに $\dfrac{VBl}{R}$　② 左向きに $\dfrac{RBl}{V}$

③ 左向きに $\dfrac{VBr}{R}$　④ 左向きに $\dfrac{RBr}{V}$

⑤ 右向きに $\dfrac{VBl}{R}$　⑥ 右向きに $\dfrac{RBl}{V}$

⑦ 右向きに $\dfrac{VBr}{R}$　⑧ 右向きに $\dfrac{RBr}{V}$

問４　図 2 のように電池を取り外し，金属棒 a，b と c を固定し，金属棒 d を図の左向きに一定の速さ v で運動させた。このとき，金属棒 d に流れる誘導電流の向きと大きさはいくらか。

① G→H の向きに $\dfrac{vBl}{R}$　② G→H の向きに $\dfrac{vBr}{R}$

③ G→H の向きに $\dfrac{vBlr}{R}$　④ G→H の向きに $\dfrac{vBr}{Rl}$

⑤ H→G の向きに $\dfrac{vBl}{R}$　⑥ H→G の向きに $\dfrac{vBr}{R}$

⑦ H→G の向きに $\dfrac{vBlr}{R}$　⑧ H→G の向きに $\dfrac{vBr}{Rl}$

問５　図 2 において，金属棒 c と d を固定し，金属棒 a と b を互いに遠ざかる向きに一定の速さ v でそれぞれ運動させた。このとき，金属棒 d に流れる誘導電流の向きと大きさはいくらか。

① G→H の向きに $\dfrac{1}{2}\dfrac{vBl}{R}$　② G→H の向きに $\dfrac{vBl}{R}$

③ G→H の向きに $\dfrac{2vBl}{R}$　④ G→H の向きに $\dfrac{1}{2}\dfrac{vBlr}{R}$

⑤ H→G の向きに $\dfrac{1}{2}\dfrac{vBl}{R}$　⑥ H→G の向きに $\dfrac{vBl}{R}$

⑦ H→G の向きに $\dfrac{2vBl}{R}$　⑧ H→G の向きに $\dfrac{1}{2}\dfrac{vBlr}{R}$

【２】次の問いに答えよ。

図１に示すように，紙面に垂直に裏から表へ向かう鉛直方向の一様な磁界(磁束密度の大きさ B)の中に，長方形の回路 $P_1P_2Q_2Q_1$ が水平面(紙面)内に固定されている。P_1P_2 と Q_1Q_2 は長さが a の直線状導体で，その間隔は b である。P_1 と Q_1 の間に抵抗 R (抵抗値 R)が，P_2 と Q_2 の間に抵抗 r (抵抗値 r)がそれぞれ接続されている。さらに，P_1P_2 と Q_1Q_2 に垂直に金属棒を渡して置いた。これらの接点をそれぞれ S と T とする。

金属棒と２本の直線状導体の抵抗，S と T での接触抵抗，および回路を流れる電流自身による電磁誘導は無視できるものとする。以下の問い(問１～５)の答えを，それぞれの解答群のうちから一つずつ選べ。

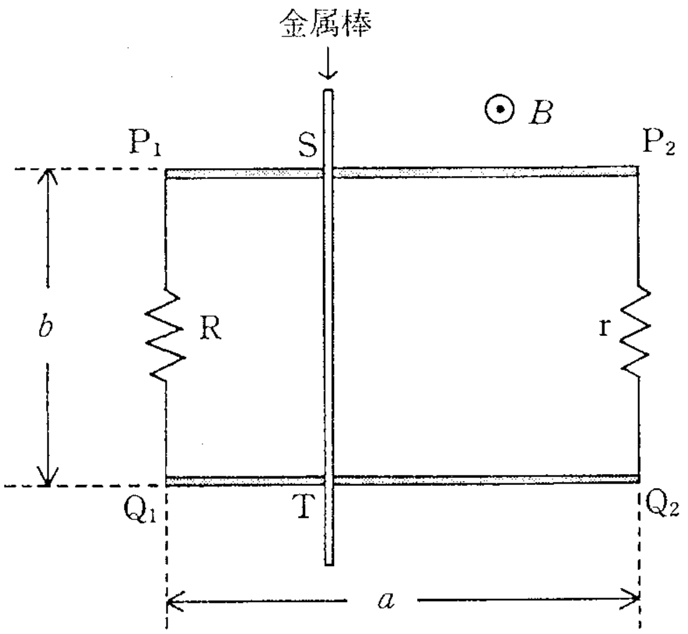


図１

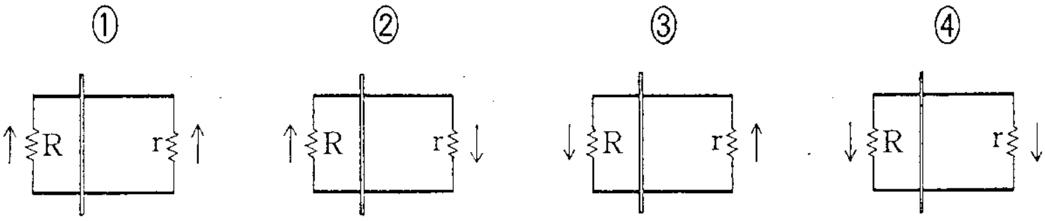
(a)　磁束密度の大きさ B は，時間によらず一定とする。この磁界内で金属棒を，P_1P_2 に垂直に保ったまま，**左から右へ**(P_1P_2 と平行な方向に)一定の速さ v で，なめらかに滑らせた。

問１　磁界内における金属棒の運動によって生じる ST 間の誘導起電力の大きさ V はいくらか。$V =$ $\boxed{\;5\;}$

①　Bva　　②　Bva^2　　③　$\dfrac{Bv}{a}$　　④　$Bvab$　　⑤　Bvb

⑥　Bvb^2　　⑦　$\dfrac{Bv}{b}$　　⑧　$\dfrac{Bv}{ab}$

問２　抵抗 R と抵抗 r には，電流はどの向きに流れるか。次の図①～④のうちから正しいものを選べ。ただし，図中の矢印は電流の向きを示す。$\boxed{\;6\;}$



問３　金属棒の ST 間に流れる電流の大きさ I はいくらか。金属棒の ST 間の誘導起電力の大きさ V を用いて表せ。ただし，$R < r$ とする。$I =$ $\boxed{\;7\;}$

①　$\dfrac{V}{R}$　　②　$\dfrac{V}{r}$　　③　$\dfrac{V}{R+r}$　　④　$\dfrac{V}{R-r}$

⑤　$\left(\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{R}\right)V$　　⑥　$\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R}\right)V$

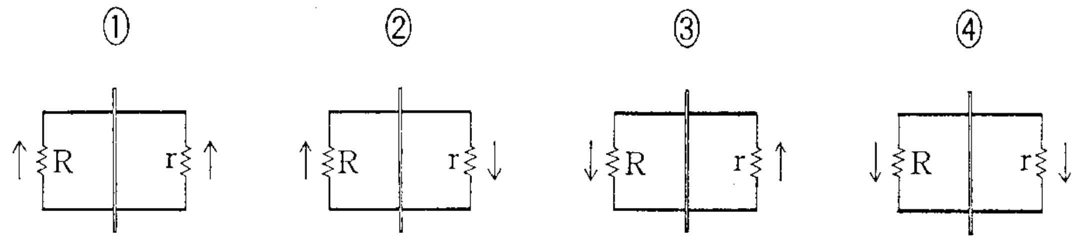
(b)　次に，P_1Q_1 と P_2Q_2 から等距離の位置に金属棒を固定し，磁束密度の大きさ B を時間 t について $B = kt$ (k は正の定数)となるように変化させた。

問４　回路 P_1STQ_1 全体に生じる誘導起電力の大きさはいくらか。 $\boxed{\ 8\ }$

①　$\dfrac{abk}{2}$　　②　$\dfrac{ak}{2b}$　　③　$\dfrac{k}{2ab}$　　④　$\dfrac{k}{2ab}$　　⑤　abk

⑥　$\dfrac{ak}{b}$　　⑦　$\dfrac{bk}{a}$　　⑧　$\dfrac{k}{ab}$

問５　抵抗 R と抵抗 r には，電流はどの向きに流れるか。次の図①～④のうちから正しいものを選べ。ただし，図中の矢印は電流の向きを示す。 $\boxed{\ 9\ }$



＜演習問題＞

【１】図１のように，透磁率μ [N/A^2] の鉄しんに，巻き数N_1 のコイル１および巻き数N_2 のコイル２を巻きつけてある。鉄しんおよび２つのコイルの断面積はS [m^2]であり，コイル１，２の長さはそれぞれl_1[m]，l_2[m]であり，l_1[m]はコイルの半径より十分長いものとする。

鉄しん内部を貫く磁束も磁束の変化も両コイルに共通であるとし，コイルの直流抵抗は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。

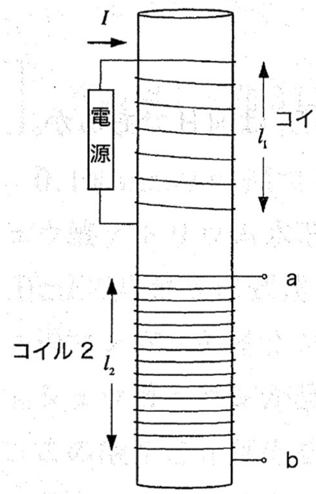


図　１

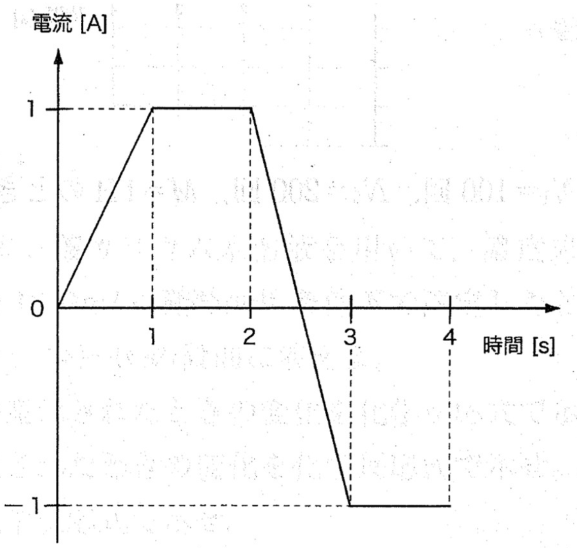


図　２

（１）コイル１に図１の矢印の向きに大きさI [A]の電流を流したとき，コイル１が鉄しん内部につくる磁場の強さH [A/m]はいくらか。

（２）コイル１，２の１巻きを貫く磁束Φ [Wb]はいくらか。

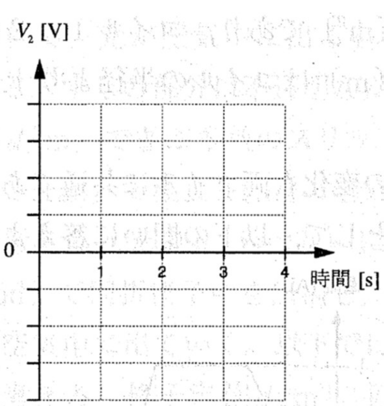
（３）時間Δt [s]の間に電流がΔI [A]変化するとき，コイル１に生じる誘導起電力V_1 [V]をμ，N_1，S，l_1，Δt，ΔI を用いて表せ。

（４）コイル１の自己インダクタンスL_1 [H]をμ，N_1，S，l_1 を用いて表せ。

（５）コイル１，２の間の相互インダクタンスM [H]をμ，N_1，N_2，S，l_1，l_2 を用いて表せ。ただし，すべての記号を用いるとはかぎらない。

（６）時刻 0s から 4s の間にコイル１に流れる電流を図２のように変化させるとき，コイル２の a，b 端子に生じる誘導起電力V_2 [V]の時間的な変化をグラフに描け。ただし，$M = 1$H（ヘンリー）とし，縦軸の１目盛りの大きさは自由に決めてよい。また，コイル１に流れる電流の向きは図１の矢印の向きを正とし，V_2 は図１の a 端子を基準とし，b 端子が高電位のとき正とする。

〔解答欄〕



（７）$N_1 = 100$ 回，$N_2 = 200$ 回，$M = 1\mathrm{H}$ のとき，L_1 は何 H であるか。

(2008 年　近畿大－医)

【２】図のように，磁束密度の大きさが B で鉛直上向きの一様な磁場（磁界）がかかった水平面に，十分に長い 2 本の金属レールが間隔 L で平行に置かれている。また，2 本のレールの上をなめらかに移動できる，質量 m_1 の金属棒 A_1 と質量 m_2 の金属棒 A_2 がある。これは太さが無視でき，レール上では，レールに対していつも垂直である。A_1 と A_2 は，どちらも抵抗値 R の電気抵抗をもっている。レールの電気抵抗とすべての接点の電気抵抗は無視できる。

まず，A_1 だけがレール上にあり，レールに沿って速さ v_0 で右方向に運動している。この状態で，時刻 t_0 に，A_1 から距離 d だけ右側に離れたレール上に，A_2 をそっと置いた。その後の A_1 と A_2 の運動を観察したが，これらが接触することはなかった。レールや金属棒を流れる電流によって発生する磁場の影響は無視できる。速度や力は右向きを正として，以下の問いに答えよ。

問 1　時刻 t_0 以降の任意の時刻における A_1，A_2 の速度を，それぞれ v_1，v_2 とする。このとき，A_1 の A_2 に対する相対速度 v_1-v_2 と，金属棒を流れる電流の大きさ I との間には，$I=\boxed{}\times(v_1-v_2)$ の関係が成り立つ。$\boxed{}$に入る数式を，m_1，m_2，B，L，R のうちの必要なものを用いて表せ。なお，$v_1 \geqq v_2$ が成り立っている。

問 2　問 1 と同時刻に，A_1 および A_2 が磁場から受ける力 F_1，F_2 を，B，I，L，R のうちの必要なものを用いて，それぞれ符号を含めて表せ。

問 3　A_1 と A_2 の運動量の和は保存する。この理由を，F_1，F_2 を用いて，30 字程度で記せ。

問 4　時刻 t_0 から十分に長い時間がたつと，A_1，A_2 は磁場から力を受けなくなる。このときの A_1，A_2 の速度を，m_1，m_2，v_0 を用いて，それぞれ符号を含めて表せ。

導体を流れる電流は，単位時間あたりに，その導体の断面を通過した電気量である。そこで，問 2 で考察した電流と力の関係から，金属棒の断面を通過する電気量と金属棒が得た運動量の関係を考えてみる。

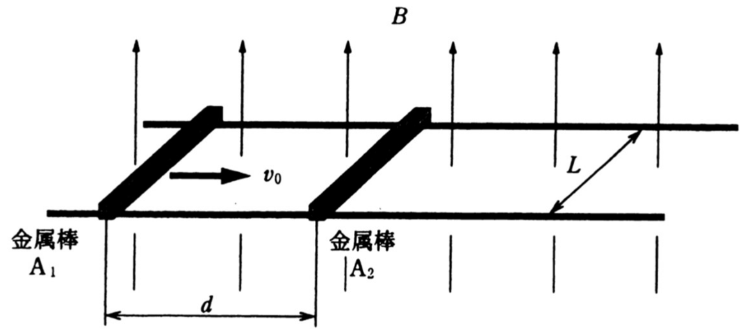
問 5　時刻 t_0 以降の任意の時刻 t から $t+\Delta t$ までの短い時間 Δt の間に，A_2 の断面を電気量 ΔQ（$\Delta Q>0$）が通過したとする。その間の A_2 の運動量の変化量を ΔP_2 とするとき，$\dfrac{\Delta P_2}{\Delta Q}$ を，m_2，B，L，R のうちの必要なものを用いて，符号を含めて表せ。

ここで求めた $\dfrac{\Delta P_2}{\Delta Q}$ は，時間に依存しない定数である。それゆえ，時刻 t_0 以降の任意の時刻までに A_2 の断面を通過した電気量と，その間に A_2 が得た運動量の間には，比例関係が成り立つ。

問 6　時刻 t_0 から十分に長い時間がたったとき，それまでに A_2 の断面を通過した総電気量 Q（$Q>0$）を，m_1，m_2，v_0，B，L，R のうちの必要なものを用いて表せ。

任意の時刻 t における A_1 の A_2 に対する相対速度 v_1-v_2 を考えると，時刻 t から $t+\Delta t$ までの短い時間 Δt の間に，A_1 と A_2 は，$(v_1-v_2)\Delta t$ だけ近づく。A_1 と A_2 が接触しないためには，d がある値 d_c より大きくなければならない。

問 7　問 1 で求めた相対速度と電流の関係を利用し，d_c を，Q ，B ，L ，R を用いて表せ。



（2005 年　大阪大）

◆第 12 回　交流･電気振動･原子◆

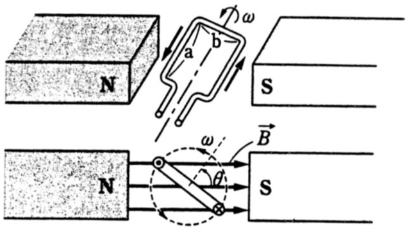
＜重要事項＞

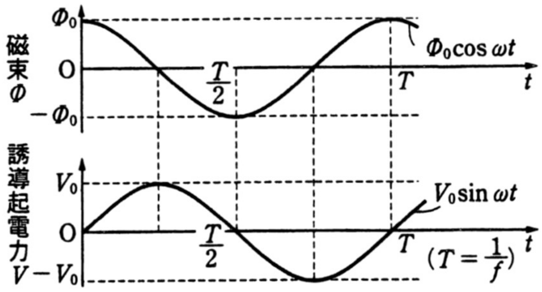
■交流の発生■

磁場の磁束密度を B ，コイル（1 巻き）の面積を S ，角周波数を ω（周波数 f ，周期 T ）とすると，時刻 t のときのコイルを貫く磁束 Φ および誘導起電力 V は，それぞれの最大値を Φ_0 ，V_0 とすると

$\Phi = \Phi_0 \cos\omega t$ （ただし，$\Phi_0 = BS = Bab$ ）

$V = \dfrac{d\Phi}{dt} = V_0 \sin \omega t$ （ただし，$V_0 = \omega\Phi_0$）





○交流の実効値：交流の電流や電圧の大きさの時間的な平均値（2 乗の平均値の平方根）

$I = I_0 \sin \omega t$，$V = V_0 \sin \omega t$ とすると，

$$V_e{}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T V^2 dt = \frac{V_0{}^2}{T}\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{V_0{}^2}{2} \qquad \therefore \boxed{V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}}}$$

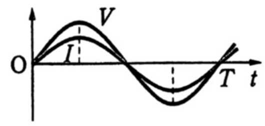
$$I_e{}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T I^2 dt = \frac{I_0{}^2}{T}\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{I_0{}^2}{2} \qquad \therefore \boxed{I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}}$$

■交流回路■

○　交流電圧 $V = V_0 \sin \omega t$ をかけたとき，電流は

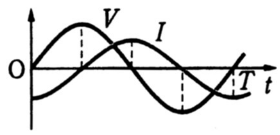
(i)抵抗 R のみの回路

$$V = RI \text{ より，} \quad I = \frac{V_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$$

抵抗としての働き	電流	位相	消費電力の平均
抵抗値 R	$I_0 \sin \omega t$ 実効値 $I_e = \dfrac{V_e}{R}$	 同位相	$I_e V_e = \dfrac{I_0 V_0}{2}$

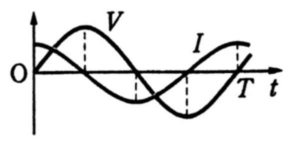
(ii)コイル L のみの回路

$$V = -L\frac{dI}{dt} \text{ より，} \quad I = \frac{1}{L}\int V dt = \frac{1}{L}\int V_0 \sin \omega t dt = -\frac{V_0}{\omega L}\cos \omega t$$

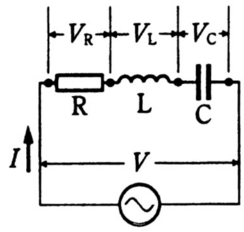
抵抗としての働き	電流	位相	消費電力の平均
リアクタンス ωL	$-I_0 \cos \omega t$ 実効値 $I_e = \dfrac{V_e}{\omega L}$	 電圧の位相 ＝ 電流の位相 ＋ $\dfrac{\pi}{2}$	0

(iii)コンデンサーC のみの回路

$$Q = CV, \quad Q = It \ \left(Q = \int I dt\right) \text{ より，} \quad I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}CV = \frac{d}{dt}CV_0 \sin \omega t = \omega C V_0 \cos \omega t$$

抵抗としての働き	電流	位相	消費電力の平均
リアクタンス $\dfrac{1}{\omega C}$	$I_0 \cos \omega t$ 実効値 $I_e = \omega C V_e$	 電圧の位相 ＝ 電流の位相 － $\dfrac{\pi}{2}$	0

■RLC 直列回路■

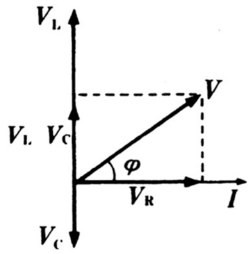


$I = I_0 \sin \omega t$ の電流が流れるとすると，

$$V_R = RI_0 \sin \omega t$$

$$V_L = L\frac{dI}{dt} = \omega LI_0 \cos \omega t$$

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C}\int Idt = \frac{1}{C}\int I_0 \sin \omega t dt = -\frac{I_0}{\omega C}\cos \omega t$$



$$\begin{aligned} V &= V_R + V_L + V_C \\ &= RI_0 \sin \omega t + \omega LI_0 \cos \omega t - \frac{I_0}{\omega C}\cos \omega t \\ &= \underbrace{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}_{\text{インピーダンス Z}} \; I_0 \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

※直列⇒電流共通，並列⇒電圧共通として解く。

■共振■

(ⅰ)直列の共振回路について

共振：RLC 直列回路において，交流電源の周波数を変化させながら流れる電流の実効値を測定すると，特定の周波数で大きな電流が流れる。

共振回路：共振を起こしている回路。

大きな電流を流すためには，インピーダンスが最小となればよいので，$\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ より，

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \therefore \text{共振周波数 } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

(ⅱ)並列の共振回路について

共振周波数 $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ のとき，位相は逆転しており，$\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ であることから，大きさは同じである。

つまり，回路全体を流れる電流は 0 となる。

■振動回路■

充電したコンデンサーにコイルをつなぎ，スイッチを入れると，電気振動が始まる。

コイルとコンデンサーの両端の電圧はつねに等しいので，$\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ が成立する。

よって，固有周波数 $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ のもと，以下の現象が起こる。

①→②…コンデンサーは放電を始め，電流が流れだす。スイッチを入れた直後は，
電流の流れを妨げる向きにコイルに誘導起電力が生じるので，電流は流れないが，しだいに電流はゆっくりと増加する。やがてコンデンサーにたくわえられた電気量が 0 になる。

②→③…コイルの自己誘導起電力のため，同じ向きに電流が流れ続け，コンデンサーの両極板ははじめと反対の符号に対電子，電流は 0 となる。

③→④…この瞬間を境として電流は逆に流れ始め，同様の経過でコンデンサーははじめと同じ状態に充電され，1 周期が終わる。

電気振動は，コンデンサーにたくわえられるエネルギーと，コイルにたくわえられるエネルギーとのやりとりによって起こると考えられ，回路に抵抗がない場合は，
その和は一定に保存される。

$$\boxed{\frac{1}{2}CV^2 + \frac{1}{2}LI^2 = \text{一定}}$$

※なめらかな水平面上でのばね振り子の単振動での，ばねの弾性エネルギーと小球の運動エネルギーの関係に似ている。

※回路に抵抗があると振動はしだいに弱まり，減衰振動となって，やがて電流は流れなくなる。

＜予習問題＞

【１】ウラン235の原子核に$\boxed{1}$が衝突し吸収されると，二つの別の原子核と複数個の$\boxed{1}$に分かれる。この現象を$\boxed{2}$という。この現象によって生じた$\boxed{1}$が別のウラン235の原子核に吸収され，さらに次々と同様な現象が繰り返される反応を$\boxed{3}$という。こうした反応がゆっくり進行するように調整して，その際に生じる大きなエネルギーを継続的に取り出す装置が原子炉である。$\boxed{2}$によってできる原子核のなかには半減期の長い放射能を持つものがあり，原子炉を運転するにつれて，炉の内部にはそのような核を含む物質がたまってくる。そのため，この放射性物質が炉の外に漏れ出さないような安全対策が重要である。また，こうした放射性物質を大量に含む使用済みの核燃料の取扱いには，十分な注意をはらう必要がある。

問１　前の文章中の空欄$\boxed{1}$～$\boxed{3}$に入れるのに最も適当なものを，次の①～⑦のうちから一つずつ選べ。

①　陽　子　　②　中性子　　③　電　子　　④　核分裂
⑤　核融合　　⑥　連鎖反応　　⑦　放射性崩壊

【２】$^{232}_{90}\mathrm{Th}$は，崩壊を繰り返して次々にほかの原子核に変わっていき，最後に安定な$^{208}_{82}\mathrm{Pb}$になる。この原子核崩壊の過程で，α崩壊は何回起こるか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。

①　1　　②　2　　③　3　　④　4
⑤　5　　⑥　6　　⑦　7　　⑧　8

【３】窒素13とインジウム112はいずれも放射性物質である。窒素13の半減期は10分，インジウム112の半減期は15分である。いま窒素13の原子核とインジウム112の原子核を，それぞれN個含む物質を用意した。それから30分後には，窒素13の原子核の数は$\boxed{1}$個になっている。そのときインジウム112の原子核の数は窒素13の原子核の数の$\boxed{2}$倍になっている。

　前の文章中の空欄$\boxed{1}$・$\boxed{2}$に入れるのに最も適当なものを，次の①～⑤のうちから一つずつ選べ。

$\boxed{1}$の解答群

①　$\dfrac{N}{2}$　　②　$\dfrac{N}{3}$　　③　$\dfrac{N}{4}$　　④　$\dfrac{N}{6}$　　⑤　$\dfrac{N}{8}$

$\boxed{2}$の解答群

①　2　　②　3　　③　4　　④　6　　⑤　8

【４】次の問い(問１～５)に答えよ。

問１　α 線，β 線，γ 線の 3 種の放射線に関する記述として**誤っているもの**を，次の①～④のうちから一つ選べ。 $\boxed{\ 3\ }$

① α 線，β 線はそれぞれヘリウム原子核と電子の流れであり，γ 線は波長の短い電磁波である。

② 3 種の放射線のうち，物質を透過する能力(透過力)が最も強いのが α 線であり，最も弱いのが γ 線である。

③ 真空中で 3 種の放射線の進行方向に垂直に電界(電場)を加えたとき，α 線と β 線の進路は曲がり，γ 線の進路は曲がらない。

④ 原子核の質量数は，α 線が放出されたときは変化するが，β 線と γ 線が放出されたときは変化しない。

問２　図の(a)～(d)は，四つの物理現象のそれぞれの説明図である。

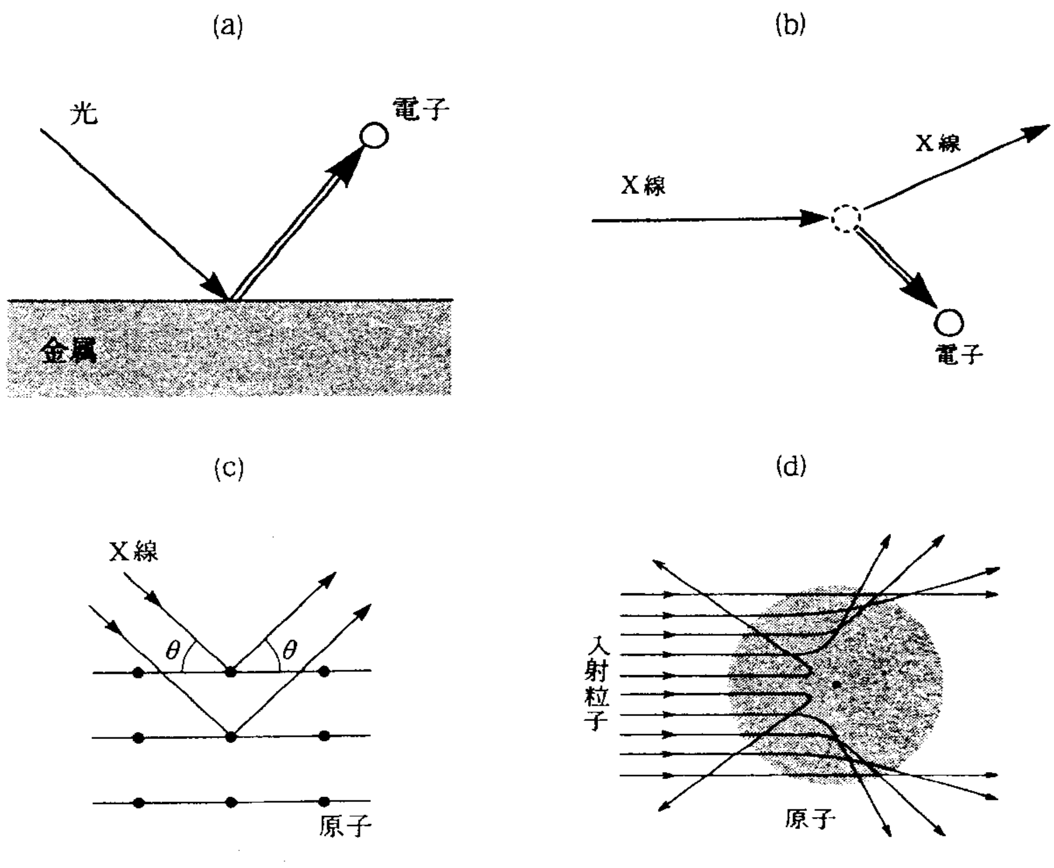


図　3

それぞれに対応する現象名を，次の解答群のうちから一つずつ選べ。

(a) $\boxed{\ 4\ }$　(b) $\boxed{\ 5\ }$　(c) $\boxed{\ 6\ }$　(d) $\boxed{\ 7\ }$

$\boxed{\ 4\ }$～$\boxed{\ 7\ }$の解答群

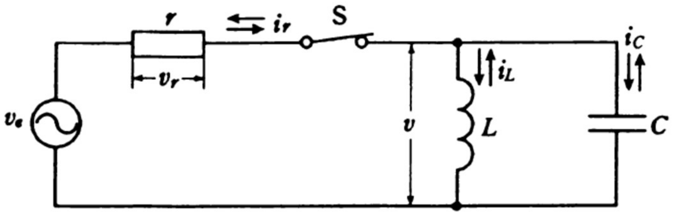
① 原子核による α 粒子の散乱　　② ドップラー効果

③ 全反射　　④ 光電効果

⑤ ブラッグ反射　　⑥ コンプトン効果

＜演習問題＞

【１】図の交流回路で，最初スイッチ S は閉じている。時刻 t [s]におけるコイル L [H]およびコンデンサーC [F]の両端の電圧が $v = V_0\cos\omega t$ [V]となるとき，以下の設問に答えよ。ただし，ω [rad/s]は角周波数である。



（１）コイルに流れる電流 i_L の大きさ（最大値）I_{L0} [A]およびコンデンサーに流れる電流 i_C の大きさ（最大値）I_{C0} を求めよ。

（２）このとき電流 i_L は電圧 v に比べ$\dfrac{\pi}{2}$ [rad]位相が遅れ，電流 i_C は電圧 v に比べ$\dfrac{\pi}{2}$ [rad]位相が進む。この結果，電流 i_L は電流 i_C に比べπ [rad]位相が遅れ，i_L と i_C は互いに逆位相の電流となる。抵抗 r [Ω]を流れる電流 $i_r = i_L + i_C$ で与えられるから，$I_{L0} < I_{C0}$ のときは，電流 i_r と電流 i_C は同位相となる。このとき電流 i_r の大きさ（最大値）I_{r0} [A]を求めよ。

（３）$I_{L0} < I_{C0}$ のとき抵抗 r の両端の電圧 v_r は電流 i_C と同位相となり，電圧 v に比べ$\dfrac{\pi}{2}$ [rad]位相が進んでいる。交流電源の電圧 v_e は $v_e = v_r + v$ と書ける。電圧 v_e の大きさ（最大値）を V_{e0} [V]とするとき，V_{e0} を V_{r0} 及び V_0 を用いて表せ。ただし，V_{r0} は v_r の最大値である。

（４）（２）及び（３）の結果を用いて，V_0 を，r ，ω，L ，C 及び V_{e0} を用いて表せ。

（５）交流電源の電圧 v_e の周波数 f [Hz]をゆっくりと変えていくとき，電圧 v の大きさ V_0 が最大となる周波数 f_0 [Hz]を求めよ。またこのときの V_0 及び電流 i_r の大きさ I_{r0} を求めよ。

（６）交流電源の周波数を $f = f_0$ [Hz]としてからしばらくしてスイッチ S を開いた。この後コイル及びコンデンサーに流れる交流電流 i_{LC} の大きさ（最大値）I_{LC0} [A]を V_{e0} を用いて求めよ。

（７）このときコイルとコンデンサーに蓄えられるエネルギーの和 E [J]を求めよ。

（名古屋工業大）

<NOTE>

【２】図１のように，起電力 E [V]の電池，
電気抵抗 R [Ω]の抵抗，
自己インダクタンス L [H]のコイル，
電気容量 C [F]のコンデンサーと，
スイッチ S_1 ，S_2 を，抵抗の無視できる
導線でつないだ回路がある。最初，
スイッチ S_1 ，S_2 は開いており，
コンデンサーには電荷がないものとする。

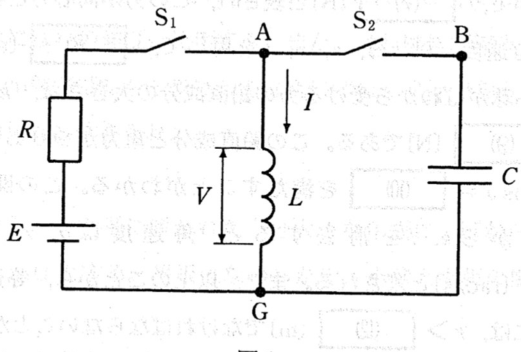


図１

以下の文章中の $\boxed{\ 1\ }$ から $\boxed{\ 9\ }$ に
適切な数式を入れよ。また，$\boxed{\ \text{a}\ }$ と $\boxed{\ \text{b}\ }$ には適切な言葉を選択肢から選び，
その記号を入れよ。

問１　スイッチ S_2 は開いた状態で，スイッチ S_1 を閉じるとコイルに電流 I [A]が流れ始めた。コイルには電流の変化を妨げる向きに起電力が発生するので，このとき図１の G を基準とする A の電位は $\boxed{\text{a　（ア）正，（イ）負}}$ である。
時間 Δt [s]の間にコイルに流れる電流が ΔI [A]だけ変化したとすると，コイルの自己誘導による起電力の大きさは $V = \boxed{\ 1\ }$ [V]である。スイッチ S_1 を閉じた直後の電流は 0 なので抵抗による電圧降下は 0 であり，このときの電流の増加の割合 $\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ の大きさは $\boxed{\ 2\ }$ [A/s]となる。

その後，電流 I は増加していくが，時間とともに増加の割合がゆるやかになり，じゅうぶんな時間が経過した後には電流は一定になる。このとき，回路に流れる電流とコイルに蓄えられるエネルギーは，E ，R ，L を用いて，それぞれ $\boxed{\ 3\ }$ [A] ，$\boxed{\ 4\ }$ [J]と表される。

問２　次に，スイッチ S_2 を閉じると同時にスイッチ S_1 を開く。コイルは電流を一定に保とうとするので，スイッチの切りかえの直前と直後でコイルの電流は変化しない。今度はコイルとコンデンサーとの間にエネルギーのやりとりがおこり，固有周波数 $\boxed{\ 5\ }$ [Hz]の電気振動が始まる。スイッチ S_2 を閉じてから $\boxed{\ 6\ }$ [s]経過して，コイルの電流が初めて 0 になったときスイッチ S_2 を再び開いた。このときコンデンサーの電圧の大きさ V_C [V]は電気振動の電圧の最大値と等しく，コンデンサーに蓄えられるエネルギーは，C ，V_C を用いて $\boxed{\ 7\ }$ [J]と表される。また，図１の G を基準とする B の電位は $\boxed{\text{b　（ア）正，（イ）負}}$ である。コイルに蓄えられたエネルギー $\boxed{\ 4\ }$ がすべてコンデンサーに移動したとすると，$V_C = \boxed{\ 8\ }$ [V]と求められる。このことから，抵抗値を $R < \boxed{\ 9\ }$ [Ω]とすれば，コンデンサーの電圧 V_C を電池の起電力 E よりも大きくすることができる。

（2010 年　北海道大）

<NOTE>